

FORSCHUNG - AUSBILDUNG - WEITERBILDUNG

Bericht Nr. 40

NÄHEN ALS DYNAMISCHES SYSTEM

Franz-Josef Pfreundt

UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Fachbereich Mathematik

Erwin-Schrödinger-Straße

D - 6750 Kaiserslautern

Oktober 1989

## INHALTSÜBERSICHT

- I. Einleitung
- II. Grundlagen
- III. Modellierung eines Umlenksystems ohne Spanner und Klemme, zweidimensional.
  - 1.) Physikalische Beschreibung
  - 2.) Beispiele und Bemerkungen
  - 3.) Mathematisches Modell
    - 3.1. Steuergrößen
    - 3.2. Zustandsgrößen
    - 3.3. Ausgangsgrößen
    - 3.4. Erläuterungen
      - a) Schaltfunktion
      - b) Gleichungssystem
    - 3.5. Umschaltpunkt
    - 3.6. Berechnung
  - 4.) Mathematische Beschreibung des dynamischen Systems
- IV. Erweiterung des Modells um Klemme und Oberfadenspannungsaggregat
- V. Programmbeschreibung
  - 1.) Datentypen
    - 1.1. Element, Führung
    - 1.2. rtyp, Rollen
    - 1.3. Fadenstück, Zustand
    - 1.4. Variable
  - 2.) Programmstruktur
    - 2.1. Übersicht
    - 2.2. Berechnung der Geometrie
    - 2.3. Berechnung der Fadenspannungen und Fadenlängen
    - 2.4. Berechnung der Gleichgewichtslage
    - 2.5. Umschaltkontrolle
    - 2.6. Stabilisierung
    - 2.7. Strittweitenkontrolle

#### IV    Ergebnisse

- 1.) Beschreibung des Testbeispielles
- 2.) Einfluß der Spannerkenndaten auf die Dynamik
- 3.) Einfluß der Fadenelastizität auf die Dynamik

## Nähen als dynamisches System

### I. Einleitung:

Das Nähen und die Nähmaschine sind seit über hundert Jahren nahezu unverändert geblieben. Die Nähgeschwindigkeiten wurden gesteigert, der Nähvorgang automatisiert aber das Prinzip ist gleichgeblieben.

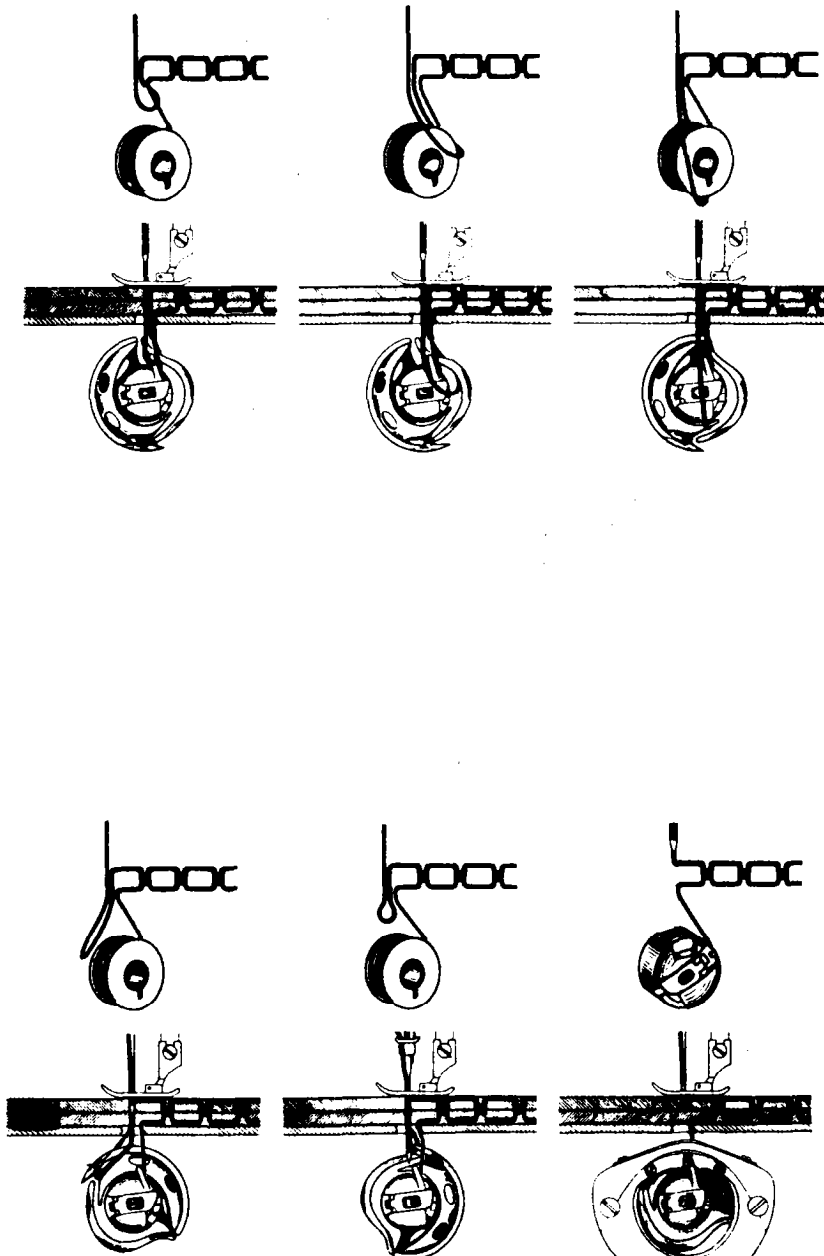
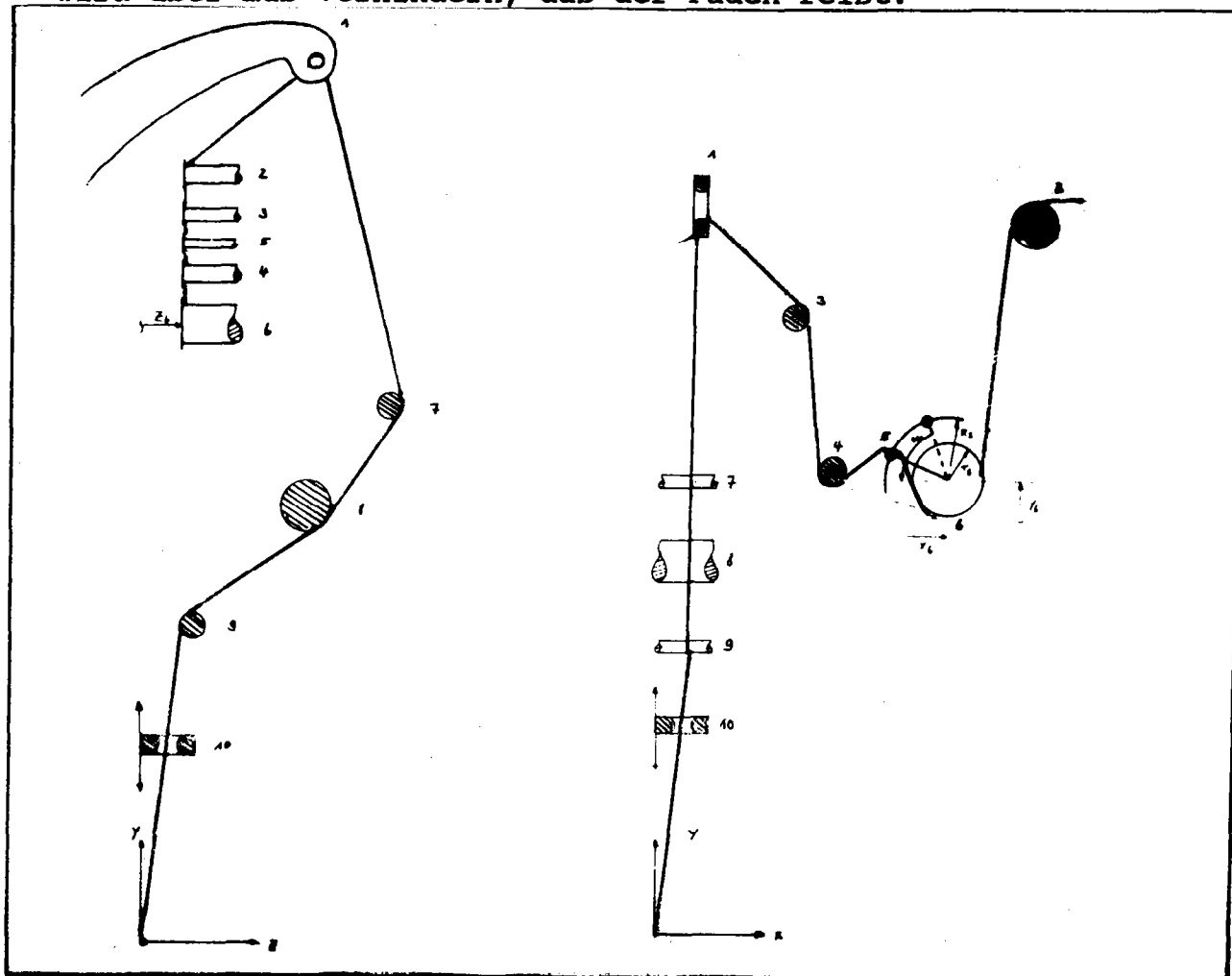


Bild 1

Das entscheidende Problem beim Nähen ist die Erzeugung eines gut sitzenden Knotens. Um diesen Knoten zu bilden wird der Oberfaden vom Greifer erfaßt und um den Unterfaden herumgeführt. Die Fadenführung mit beweglichen und festen Umlenkungen muß jetzt dafür sorgen, daß immer genügend Faden vorhanden ist, daß der Faden im Moment der Knotenbildung fest angezogen wird aber muß verhindern, daß der Faden reißt.



In Bild 2 sind die wesentlichen Elemente der Fadenführung angegeben. Die Nadel und der Fadengeber vollführen eine vorgegebene Bewegung die aufeinander und mit der Bewegung des Greifers unter dem Stichloch abgestimmt sein muß. Das Fadenspannungsaggregat nimmt Faden auf und kann so Spannungsspitzen mildern, während durch Klemmen der Fadennachzug geregelt wird. Auf Grund dieser beweglichen Elemente, der Fadenelastizität und der Reibung an den Umlenkstellen zeigen die Fadenspannungen ein kompliziertes Verhalten.

Zwei für den Praktiker wichtige Größen sind Fadenbedarf und Fadengabe.

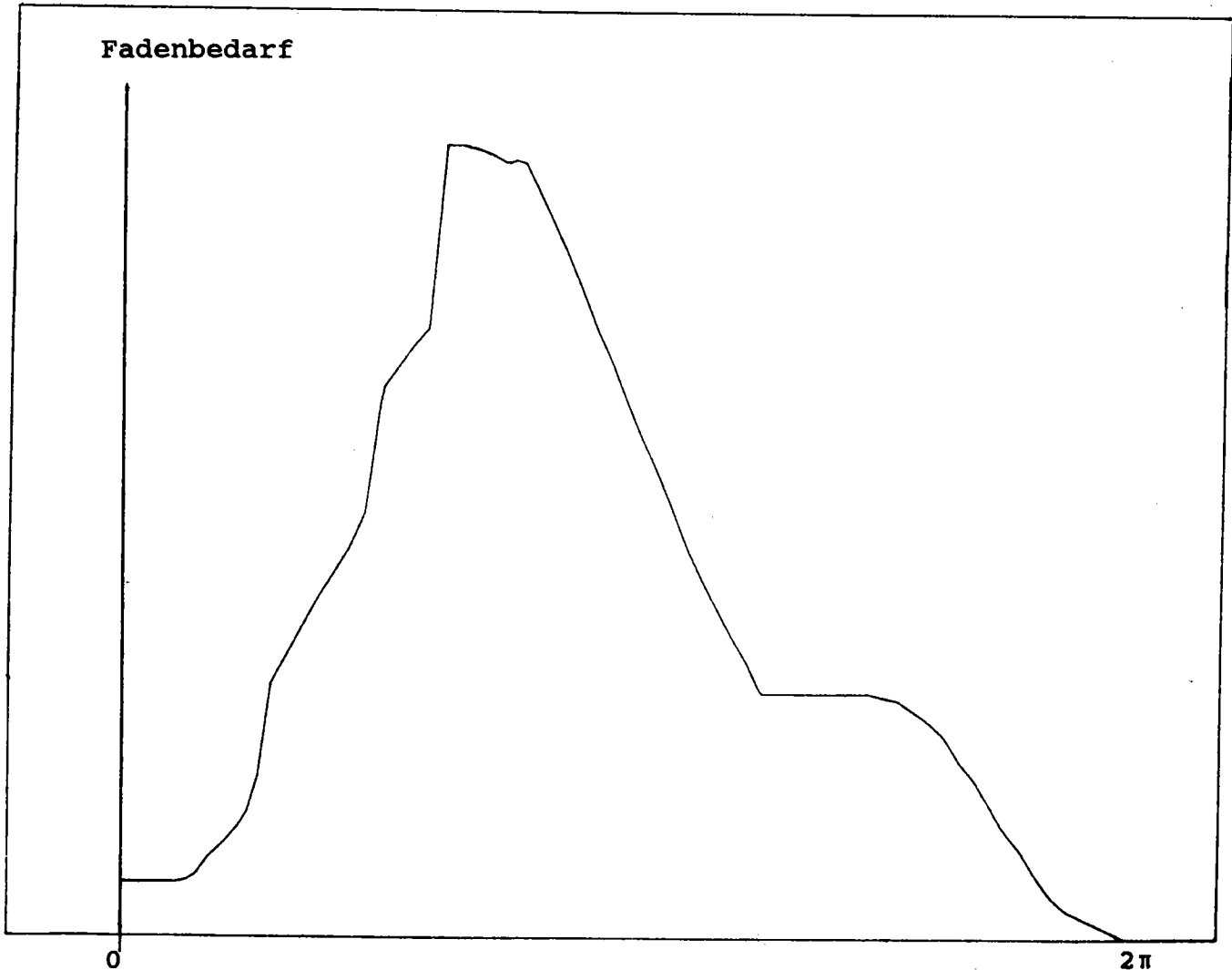


Bild 3

Der Fadenbedarf ist der zur Ausführung eines Stichzyklus notwendige Faden. Er hängt von der Geometrie des Greifers ab und sei für die Problemstellung dieses Projektes vorgegeben.

Zu vergleichen ist der Fadenbedarf mit der Fadengabe, dem zur Verfügung stehenden Faden. Während der Einstichphase soll genügend Faden vorhanden sein, damit der Faden locker bleibt. Er darf dabei jedoch nicht zu lose sein, da sonst die Nadel in den Faden stechen könnte. In der Fadenanzugsphase soll der Faden eine hinreichende Fadenspannung aufweisen, damit ein festsitzender Knoten erreicht wird.

#### Problemstellung:

Erstellung eines mathematischen Modelles zur Berechnung des Fadenzustands, d.h. Fadenspannung, Fadenlänge während eines Stichzyklus. Mit diesem Modell sollen folgende Fragen beantwortet werden:

Welchen Einfluß haben Reibung und Fadenelastizität auf die Fadengabekurve?

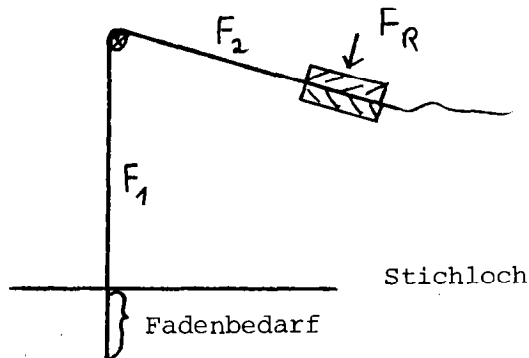
Welche Rolle spielt das Oberfadenspannungsaggregat beim Fadennachzug?

Welche Bewegung muß der Geber machen, damit der Faden nicht reißt und nicht zu locker ist?

Welche Auswirkungen haben andere Gebergetriebe auf den Fadenspannungsverlauf?

## II. Grundlagen

### 0.) Einfaches Beispiel:

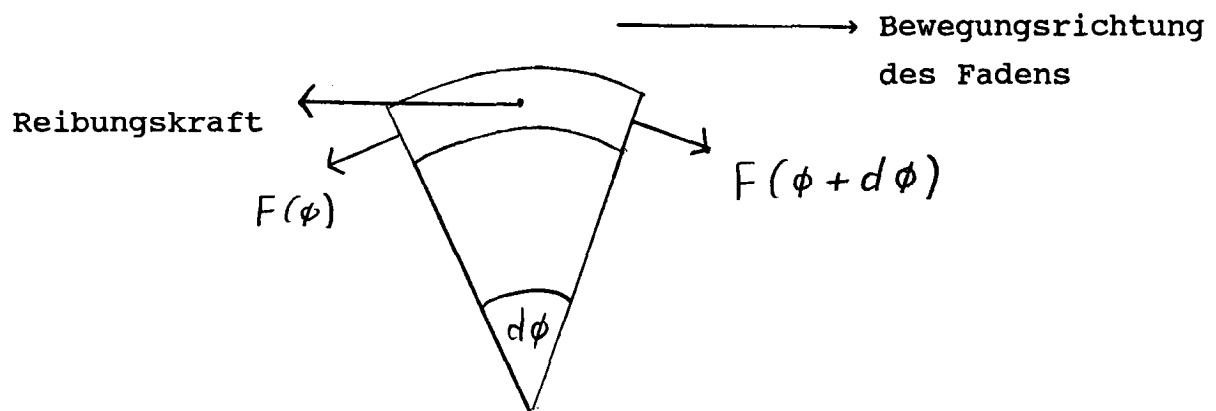


$F_1, F_2$  Fadenspannungen

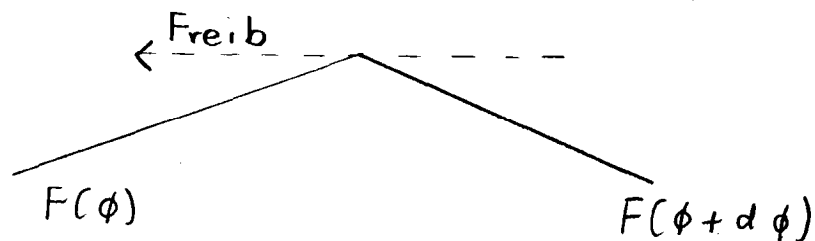
$F_R$  Kraft mit der der Faden festgeklemmt wird.

### 1.) Reibungsgesetz:

An den Fadenumlenkungen gilt das Euler-Eitelweinsche Reibungsgesetz.



Kräfte greifen am Schwerpunkt S des Fadenstückes an.





somit gilt für die Normalkraft auf die Umlenkung:

$$F_N = F(\phi + d\phi) \sin \frac{d\phi}{2} + F(\phi) \frac{d\phi}{2} \quad \sin \phi = d\phi$$

$$= F(\phi) \frac{d\phi}{2} + F(\phi) \frac{d\phi}{2} = F(\phi) d\phi$$

Reibungskraft:  $F_{\text{reib}} = \mu \cdot F_N = \mu F(\phi) d\phi$

Tangentiales Kräftegleichgewicht:

$$F(\phi + d\phi) \cos \left(\frac{d\phi}{2}\right) = F(\phi) \cos \frac{d\phi}{2} + \mu F(\phi) d\phi$$

$$\frac{dF(\phi)}{d\phi} = \mu F(\phi) \quad \cos \left(\frac{\phi}{2}\right) = 1$$

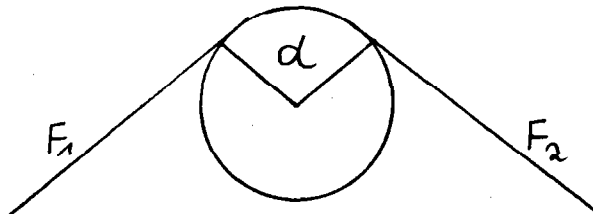
Sei  $\alpha$  der Winkel über den der Faden anliegt so folgt

$$F(\alpha) = F(0) \cdot e^{\mu\alpha}$$

Für Bewegungsrichtung

$$\rightarrow : F_1 = e^{-\mu\alpha} F_2$$

$$\leftarrow : F_1 = e^{\mu\alpha} F_2$$



## 2.) Fadenelastizität:

Die Fadenspannung  $F$  ist proportional zur relativen Dehnung.

$$F = k \cdot \frac{\Delta l}{\tilde{l}} = k \left( \frac{l}{\tilde{l}} - 1 \right)$$



### 3.) Elemente der Fadenführung

- a) feste Umlenkung
- b) bewegliche Umlenkung, mit von außen vorgegebener Bewegung  
(Nadel, Geber)
- c) Klemme
- d) Spannungs-Aggregat

### III. Modellierung eines Umlenksystems ohne Spanner und Klemme, zweidimensional.

In diesem Kapitel will ich die mathematische Modellierung eines Umlenksystems behandeln welches nur aus festen und beweglichen, zweidimensionalen und kreisförmigen Umlenkstellen besteht. Das heißt die Gesamtfadenmenge bleibt konstant, kein Fadennachzug. Die Erweiterung dieses Modelles um die Klemme ist dann nicht weiter schwierig.

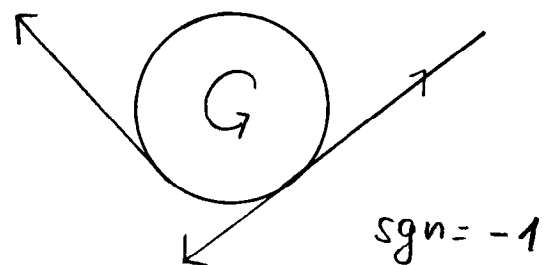
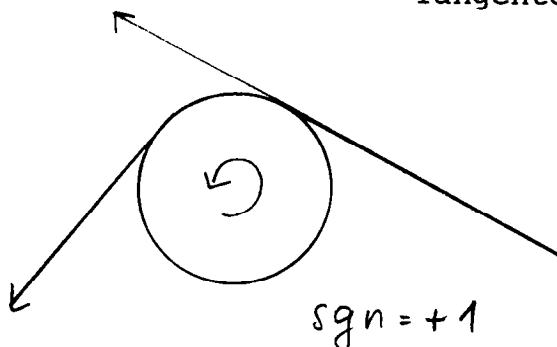
#### 1.) Physikalische Beschreibung:

Umlenkung: Eine Umlenkung wird durch folgendes Zahlentupel charakterisiert.

$$U_i : (x_i, y_i, r_i, \mu_i, \text{sgn}_i) \quad i = 0, \dots, n$$

Hierbei bedeuten:

$x_i(t), y_i(t)$	Position der Umlenkung
$r_i$	Radius
$\mu_i$	Reibbeiwert
$\text{sgn}_i$	Fadenorientierung: positive Fadenrichtung ist die Richtung von Umlenkung $i \rightarrow i-1$ , d.h. die Hauptbewegungsrichtung des Fadens $\text{sgn}_i$ = Normiertes Skalarprodukt aus der Tangente an die Umlenkung im Berührungspunkt (pos. Orientierung) und der Tangente an den Faden in diesem Punkt)



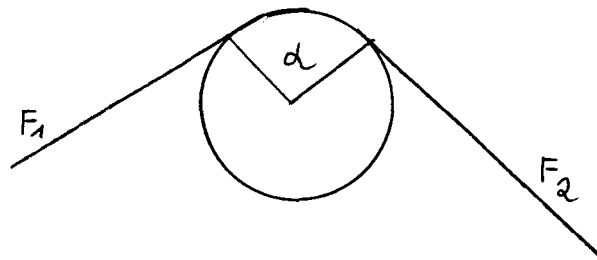
Für  $i=0$ ,  $i=n$  gilt:  $r_i=0$ ,  $\mu_i=0$ . Hier ist der Faden befestigt.

Kräfte: In den Fadenstücken zwischen zwei Umlenkungen herrschen Fadenspannungen

$$F_i = k \cdot \frac{\text{Dehnung des Fadens}}{\text{Länge des ungedehnten Fadens.}}$$

$$i=1, \dots, n$$

An den Umlenkstellen gilt das Euler-Eitelweinsche Reibungsgesetz.



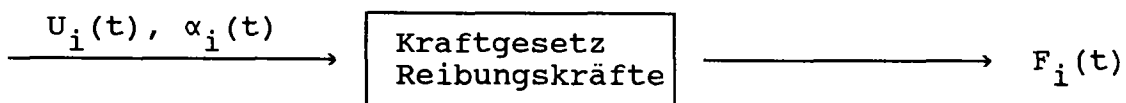
$$F_1 = F_2 \cdot \exp(\pm \mu \alpha)$$

$\pm$  entsprechend der Bewegungsrichtung des Fadens

$\alpha$  Umschlingungswinkel

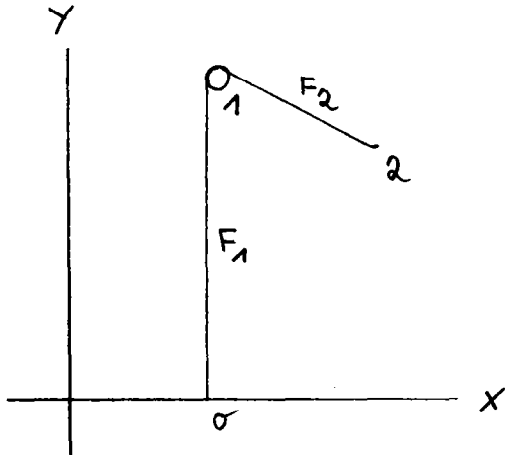
Dynamik: Durch die Bewegung der Umlenkung  $U_i(t)$  entstehen zeitabhängige Umschlingungswinkel, die durch die Geometrie festgelegt sind, und zeitabhängige Fadenspannungen  $F_i(t)$

### Systembeschreibung



## 2.) Beispiele und Bemerkungen

### 1. Beispiel:



Anfangsbed.:  $F_1 = F_2 = 0$

$$x_0(0) = y_0(0) = 0$$

Steuerung:  $y_0(t) = -K \cdot \sin^2 \omega t$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 5$$

$$y_1 = 5 \quad y_2 = 2$$

$$r_1 = 1$$

$$\mu = 0.15 \quad k = 0.143$$

### Bemerkung:

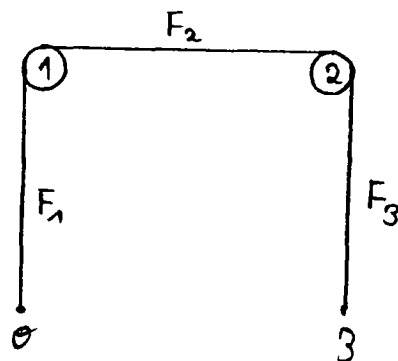
Bedingt durch die Abhängigkeit der Reibungskräfte von der Bewegungsrichtung ergibt sich der auf Bild 4 deutlich erkennbare Hysterese-Effekt. Die Trajektorie des Kräftepaars  $(F_1, F_2)$  ist beschränkt auf das durch  $Fe^{-\mu\alpha}$ ,  $Fe^{+\mu\alpha}$  begrenzte Gebiet. Entsprechend den Vorzeichen ist auf dem Rand des Gebietes die Richtung der Trajektorie vorgegeben. Auf Grund der Hysterese ist die Trajektorie nicht nur von den momentanen Steuergrößen sondern auch von der Vorgeschichte abhängig.

$$T : (\mathbb{R}^2)^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$(x, y)(t) \rightarrow F$$

### 2.) Beispiel:

Betrachten wir ein System mit zwei Umlenkungen



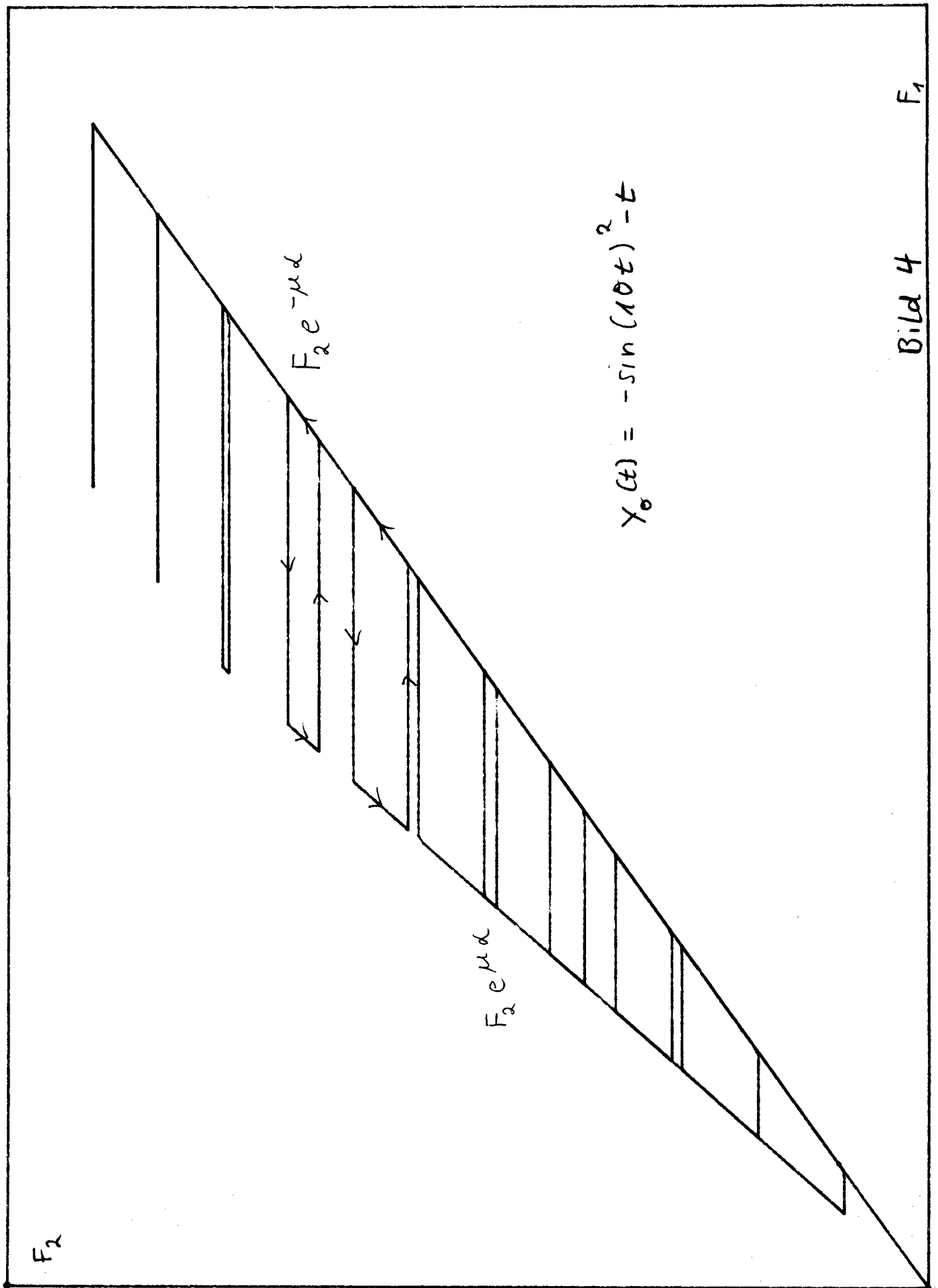


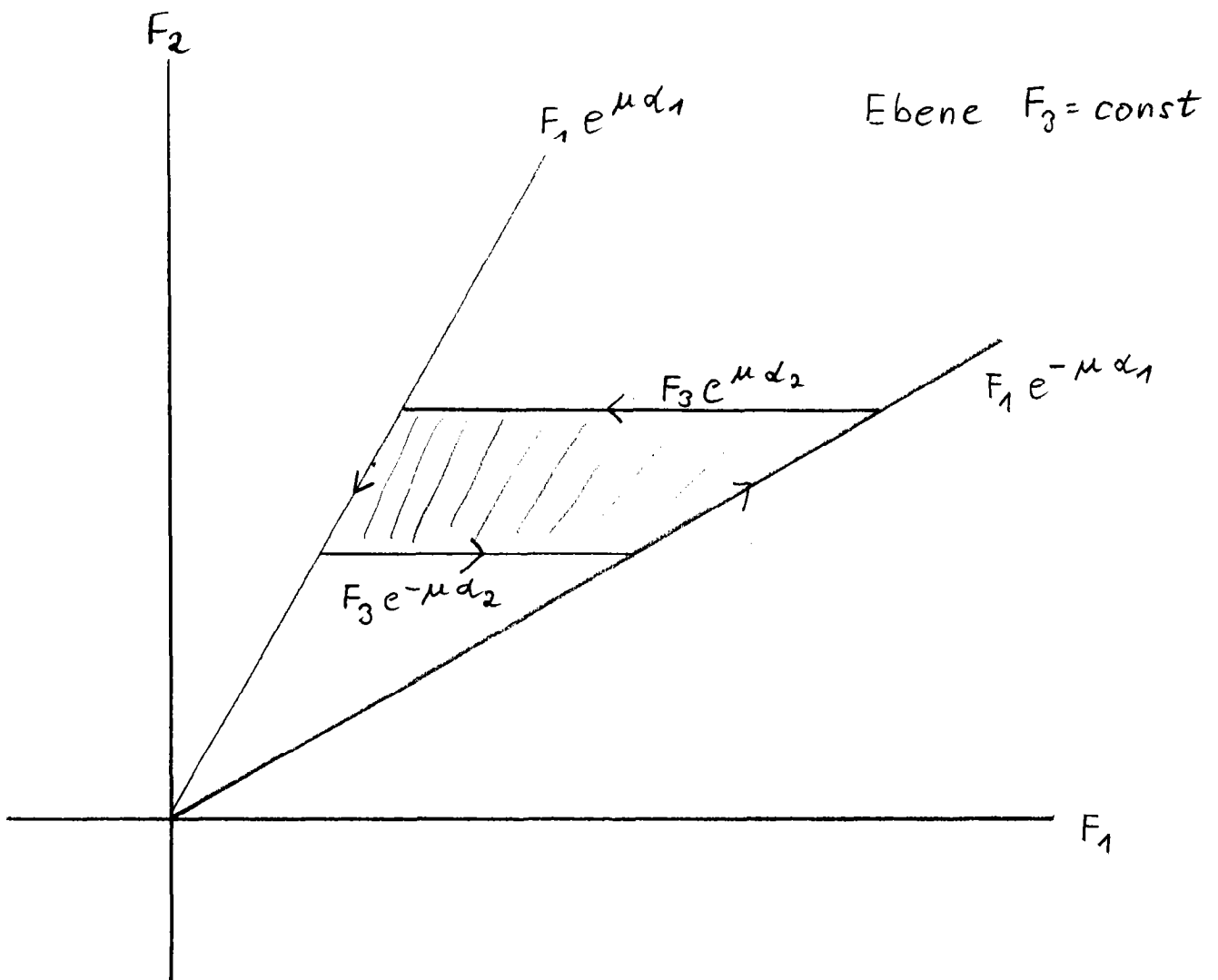
Bild 4  $F_1$

Somit gelten an den Umlenkstellen drei Gleichungen

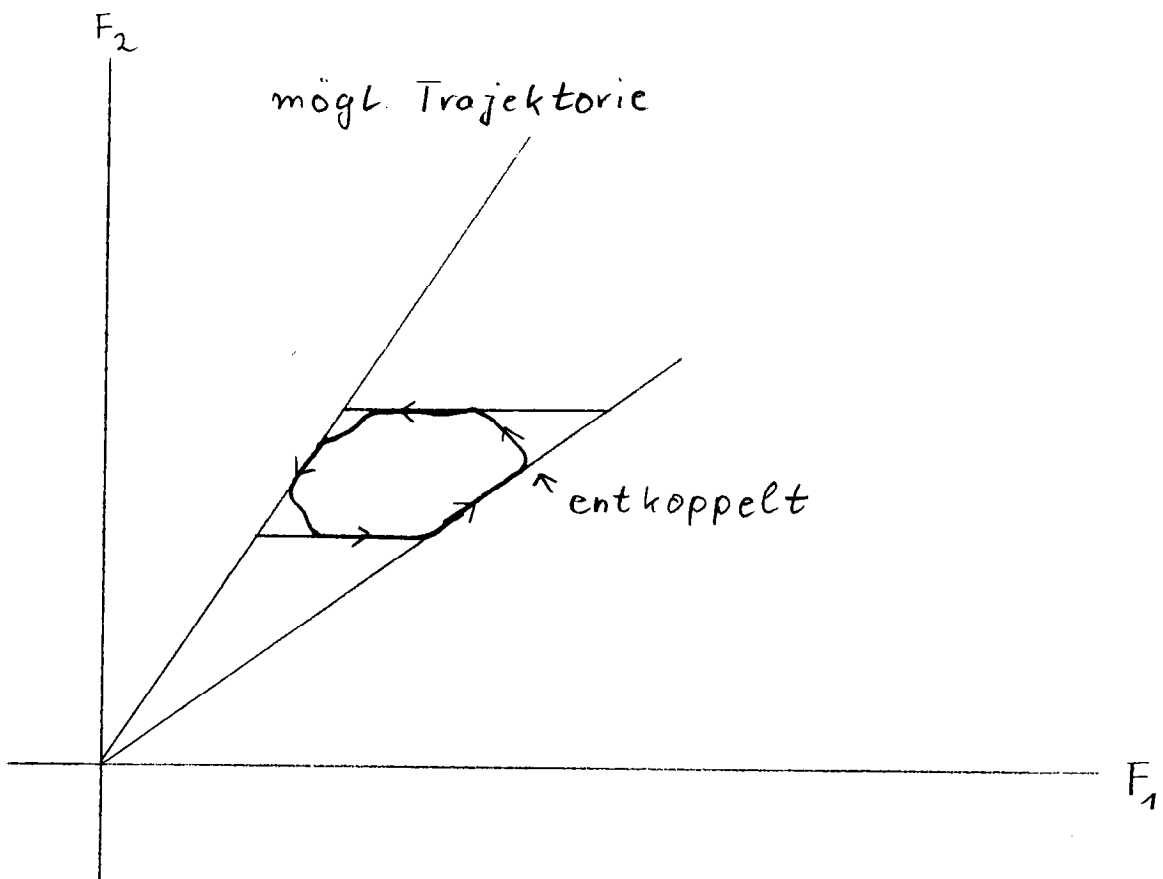
$$F_1 = F_2 e^{\pm \mu_1 \alpha_1} \quad \text{bzw. entkoppelt}$$

$$F_2 = F_3 e^{\pm \mu_2 \alpha_2} \quad \text{bzw. entkoppelt}$$

Darstellung im Zustandsraum



Bemerkung: Für feste Umschlingungswinkel  $\alpha_1, \alpha_2$  ist hier die Trajektorie bei  $F_3 = \text{const}$  durch die Geraden  $F_1 e^{\pm \mu \alpha_1}, F_2 e^{\pm \mu \alpha_2}$  beschränkt. Die Bewegungsmöglichkeiten am Rand sind durch die Vorzeichen vorgegeben. Befindet sich das Kräfte tripel  $(F_1, F_2, F_3)$  im Innern des Gebietes so sind beide Gleichungen nicht gültig. D.h. die einzelnen Fadenabschnitte sind entkoppelt. Im Normalzustand, d.h. bewegter Faden befindet sich also die Trajektorie auf dem Rand des Gebietes. Entspricht die Fadenbewegung nicht mehr der vorgegebenen Richtung so entkoppelt das System an dieser Stelle.

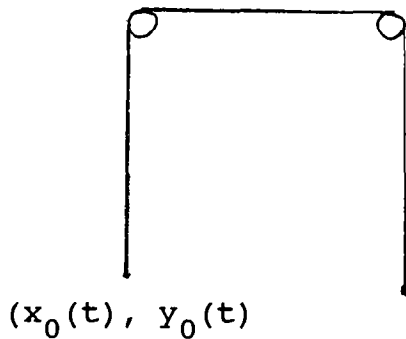


Das beschreibende Gleichungssystem läßt sich also durch die Zustände (+, -, 0) für jede Umlenkung charakterisieren.

Als Schaltfunktion kann die Fadengeschwindigkeit an der Umlenkung verwendet werden. Wird sie Null so entkoppelt das System. Ein direkter Übergang von Zustand + nach - ist also nicht möglich.



### Beispiel



$$x_0(1) = 0$$

$$y_0(t) = -\sin(10t)^2 - t$$

$$\mu = 0.10$$

### Bemerkungen zu Bild 5,6

In diesem Bild sind  $(F_1, F_2)(t)$ , sowie  $(F_1, F_3)(t)$  über mehrere Zyklen aufgetragen. Der Verlauf einer Hystereseschleife ist rot hervorgehoben.

Wird als letztes Element eine Klemme eingeführt, d.h. die Fadenspannung nach oben begrenzt. So erfolgt bei jedem Erreichen dieser Grenze ein Fadennachzug, was die darauf folgende Hystereseschleife verändert. Eine Unterscheidung der Trajektorien ist also nur durch die vorhandene umgedehnte Fadenlänge möglich. (vgl. Bild 6)

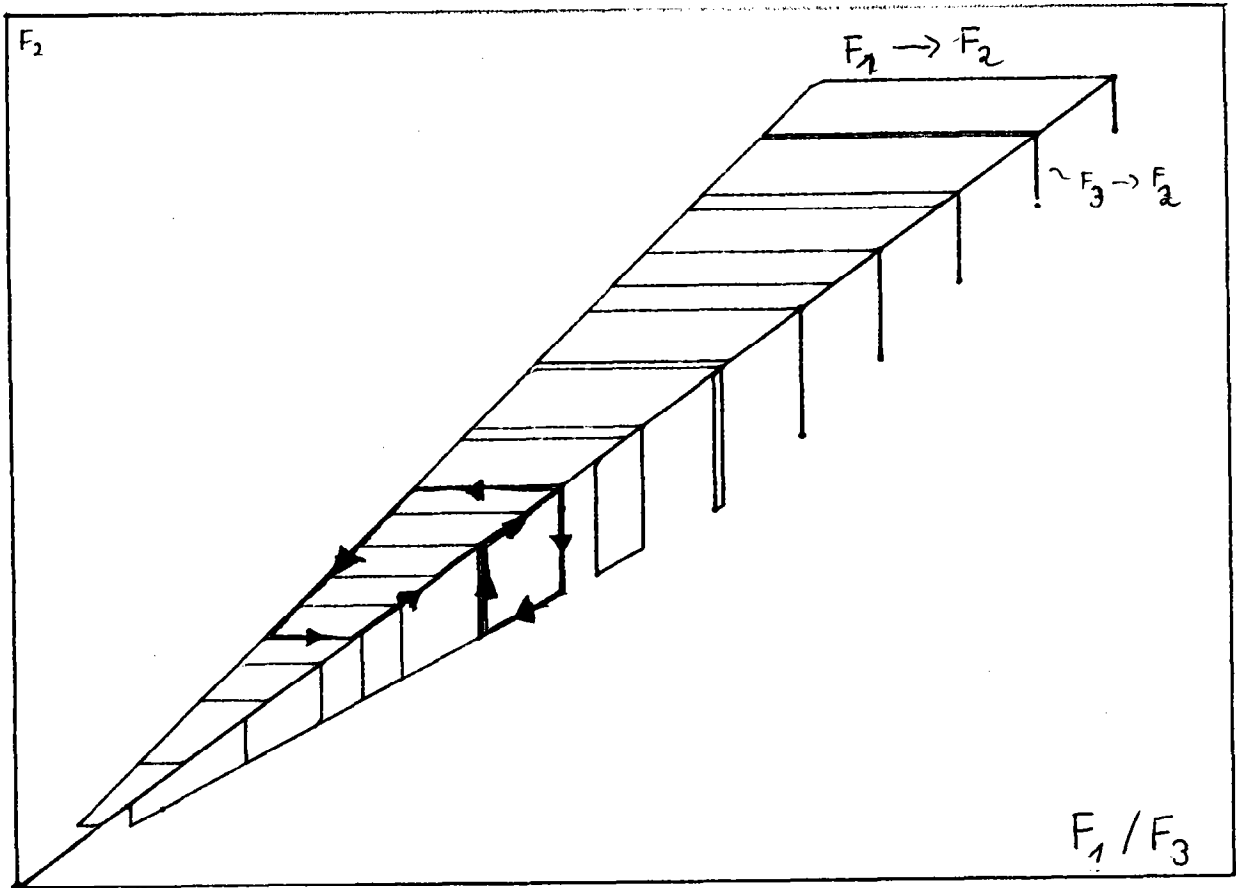


Bild 5

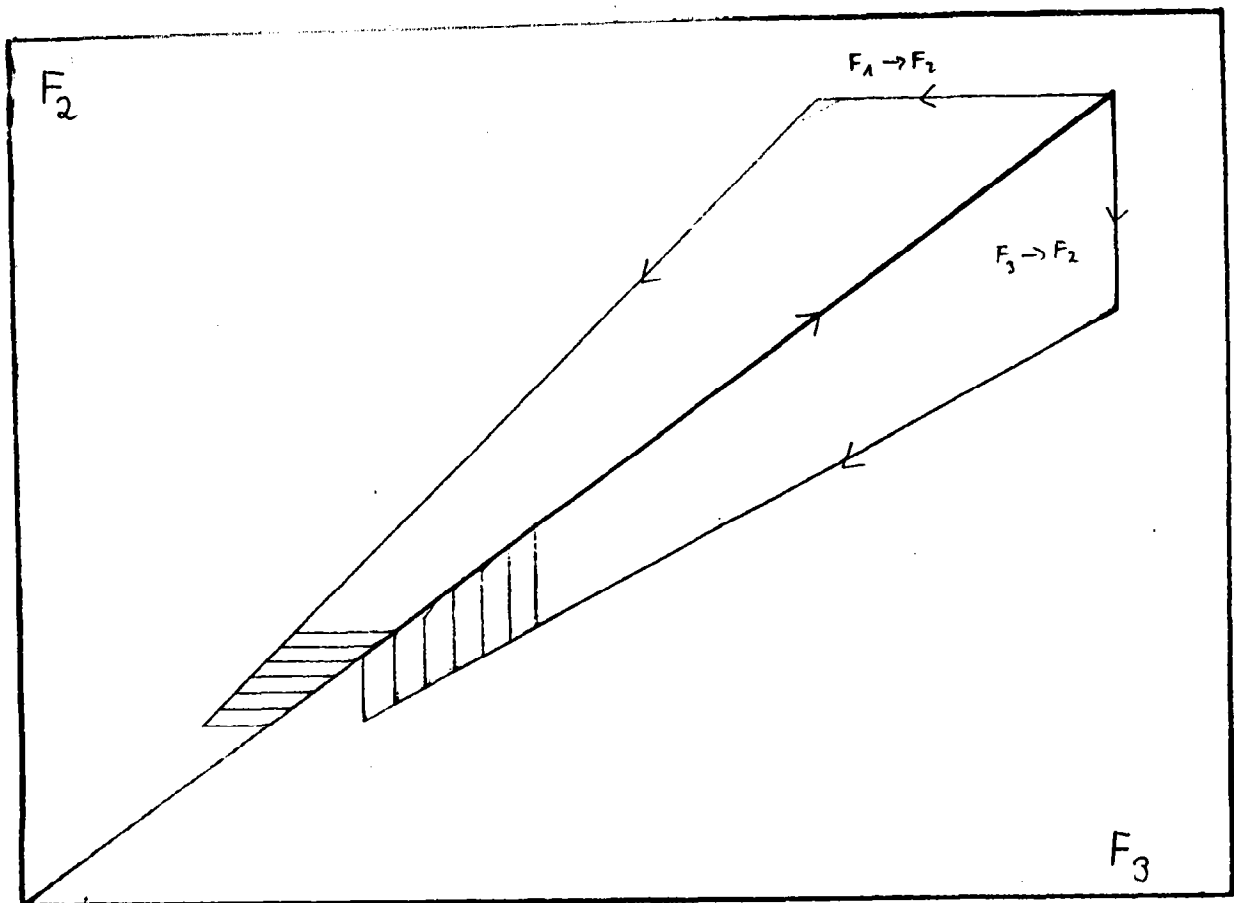


Bild 6

### 3.) Mathematisches Modell

Das Ziel dieses Abschnittes ist es ein mathematisches Modell für ein Umlenkssystem ohne Spanner und Klemme zu entwickeln. Eine Ergänzung um die beiden letztgenannten Teile erfolgt später. Ausgangspunkt ist die systemtheoretische Sicht.

#### 3.1. Steuergrößen:

Aus der Geometrie des Umlenksystems  $(U_0(t), \dots, U_n(t))$  lassen sich als relevante Steuergrößen ableiten:

Die Längen der Verbindungsstrecken zwischen den Berührungspunkten benachbarter Umlenkungen

$$(l_1(t), \dots, l_n(t))$$

sowie die Umschlingungswinkel

$$(\alpha_1(t), \dots, \alpha_{n-1}(t))$$

Annahme: Der Umschlingungswinkel ist nicht von der Fadenspannung abhängig. Dies ist sicher richtig solange der Faden unter Spannung steht. Spannungsfreier Faden könnte sich jedoch von den Umlenkungen lösen.

#### 3.2. Zustandsbeschreibung:

$(\tilde{l}_1, \dots, \tilde{l}_n)(t)$  : Ungedehnte Fadenlänge zwischen zwei Umlenkungen

$(s_1, \dots, s_{n-1})(t)$  : Schaltfunktion an den inneren Umlenkungen

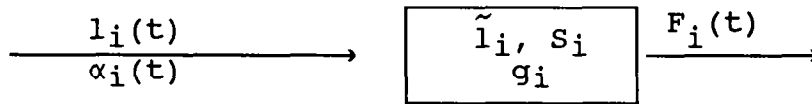
$(g_0, \dots, g_n)(t)$  :  $g \in \{+, -, 0\}$  beschreibt das geltende Gleichungssystem.

#### 3.3. Ausgangsgrößen:

Als Ausgang werden hier die Fadenspannungen gewählt.

$$F_i(t) := k \left( \frac{l_i}{\tilde{l}_i} - 1 \right)$$

im Bild: (vorläufig)



### 3.4. Erläuterungen

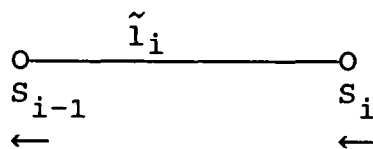
a) Schaltfunktion:

Definition:  $s_i = \frac{d\tilde{l}_i}{dt} + s_{i-1} \quad i = 2, \dots, n-1$

$$s_1 = \frac{d\tilde{l}_1}{dt}$$

Diese Rekursion leitet sich aus der Bilanz für ein Fadenstück (zwischen zwei Umlenkungen)

$s_i - s_{i-1} = \frac{d\tilde{l}_i}{dt}$  mit der Annahme,  $s_i$  wird positiv gemessen in Fadenrichtung.



Konsistenz:

Eine zweite Randbedingung lautet  $s_{n+1} = - \frac{d\tilde{l}_n}{dt}$

Da in dem betrachteten Fall kein Faden nachgezogen werden kann gilt:

$$\sum_{i=1}^n \tilde{l}_i = \text{const} \Rightarrow \sum_{i=1}^n \frac{d\tilde{l}_i}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\tilde{l}_n}{dt} = - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{d\tilde{l}_i}{dt}$$

nach Definition

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{l}_n}{dt} &= - S_{n-1} := - \left( \frac{d\tilde{l}_{n-1}}{dt} + S_{n-2} \right) \\ &= - \frac{d\tilde{l}_{n-1}}{dt} - S_{n-2} = - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{d\tilde{l}_i}{dt} \end{aligned}$$

Falls Faden nachgezogen werden kann entfällt die zweite

Randbedingung. Es gilt dann:  $S_n - S_{n-1} = \frac{d\tilde{l}_n}{dt}$ .

b) Gleichungssystem:

$(g_1, \dots, g_{n-1})(t)$  definiert das Gleichungssystem in folgender Weise.

Falls  $g_i = \pm$  gilt:  $F_i = e^{\pm \mu_i \alpha_i} F_{i+1}$

Falls  $g_i = 0$  sind  $F_i$  und  $F_{i+1}$  entkoppelt

$$\text{d.h. } F_{i+1} e^{-\mu_i \alpha_i} < F_i < F_{i+1} e^{\mu_i \alpha_i}$$

Bsp.:  $(0, +, +, +, 0, -, -, -0)$

Durch die Entkopplung entstehen unabhängige Teilsysteme.

Die Anzahl der Teilsysteme ist durch

AnzT := (Anzahl  $g_i = 0$ ) - 1 gegeben.

### 3.5. Umschaltunkte

Auf Grund der sich ändernden Geometrie ist das Gleichungssystem zeitlich veränderlich. Es finden also Umschaltungen von  $g_i = \pm$  nach  $g_i = 0$  und von  $g_i = 0$  nach  $g_i = \pm$  statt.

Annahme: Wir wollen für die Zukunft voraussetzen, daß im betrachteten Zeitabschnitt  $[0, T]$  die Anzahl der Umschaltunkte endlich sei. Damit ist das Gleichungssystem stück-

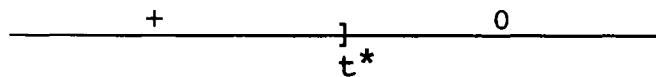
weise konstant und die Lösung kann leicht berechnet werden.

Definition:

Sei  $g(t) = \text{const}$  für alle  $t \in (t^* - \Delta, t^*)$ ,  $t^*$  heißt Umschalt-  
punkt genau dann wenn  $i \in \{0, \dots, n\}$  existiert für das  
gilt:

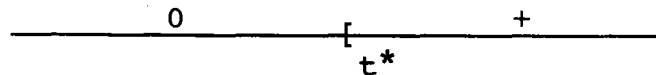
a)  $g_i = \pm$  und  $\exists \epsilon > 0 \forall t \in (t^*, t^* + \epsilon)$  gilt

$$F_{i+1}e^{-\mu_i \alpha_i} < F_i < F_{i+1}e^{\mu_i \alpha_i}$$

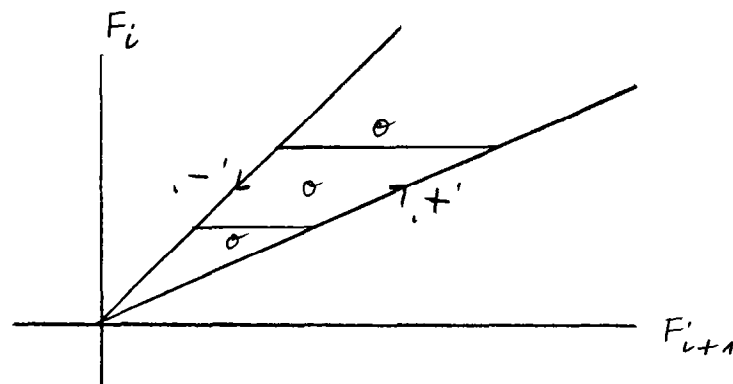


oder

b)  $g_i = 0$  und  $F_i = e^{\pm \mu_i \alpha_i} F_{i+1}$  für  $t = t^*$



Bemerkung: Der Punkt  $t^*$  gehört jeweils zu den Intervallen  
mit Kennung '+' oder '-'. Damit ist auch die eindeutige  
Zuordnung im Hysteresediagramm gegeben.



3.6. Berechnung:

Sei  $I$  ein offenes Zeitintervall  $(t_1^*, t_2^*)$  mit  
 $g_i(t) = \text{const} \forall t \in I$ .

Sei  $T$  das Teilsystem  $(g_i(t), \dots, g_k(t)) \quad 0 \leq i < k \leq n$

d.h.:  $g_i(t) = g_k(t) = 0$  ,  $g_j(t) \neq 0 \quad \forall \quad i < j < k$

Das Teilsystem wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$(1) \quad F_j = e^{g_j \mu_j \alpha_j} F_{j+1} \quad i < j < k$$

$$F_j = k \left( \frac{l_j}{\tilde{l}_j} - 1 \right) \quad i < j \leq k$$

$$\sum_{j=i+1}^k \tilde{l}_j = \text{const} \quad (\text{kein Fadennachzug})$$

$$\Leftrightarrow F_j = \left( \prod_{s=j}^{k-1} e^{g_s \mu_s \alpha_s} \right) \cdot F_k \quad j = i+1, \dots, k-1$$

$$F_j = k \left( \frac{l_j}{\tilde{l}_j} - 1 \right) \quad i < j \leq k$$

$$\sum_{j=i+1}^k l_j^2 = \text{const}$$

Mit folgenden Abkürzungen:

$$a_j := \left( \prod_{s=j}^{k-1} e^{g_s \mu_s \alpha_s} \right) \quad j=i+1, \dots, k-1, \quad a_k = 1$$

$$\tilde{L}_i = \frac{1}{\tilde{l}_i}$$

ergibt sich dann

$$F_j = a_j F_k \quad j = i+1, \dots, k-1$$

$$a_j F_k = k (l_j \tilde{L}_j - 1) \quad j=i+1, \dots, k$$

$$\sum_{j=i+1}^k \frac{1}{\tilde{L}_j} = \text{const}$$

Schließlich ergibt sich mit

$$\alpha_j := \frac{a_j}{k \cdot l_j} ; \quad \beta_j := \frac{1}{l_j}$$

das Gleichungssystem

(2)

$$\sum_{j=1}^{k-1} \frac{1}{a_j F_k + \beta_j} = \text{const} = \text{Gesamtfadenlänge} =: l\tilde{T}$$

$$F_j = a_j F_k \quad j = i+1, \dots, k-1$$

Die ungedehnte Fadenlänge  $\tilde{l}_j$  berechnet sich dann als

$$\tilde{l}_j := \frac{k l_j}{(F_j + k)} \quad j = i+1, \dots, k.$$

Bemerkung:

$$f(x) := \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i x + \beta_i}$$

$$f'(x) = \sum_{i=1}^n \frac{-\alpha_i}{(a_i x + \beta_i)^2} < 0 \quad \text{da } \alpha_i > 0$$

Es gibt also immer eine eindeutige Lösung für  $f(x)=0$  und das Newtonverfahren bietet sich als schnelles Lösungsverfahren an, da gute Startwerte bekannt sind.



#### 4.) Mathematische Beschreibung des Dynamischen Systems

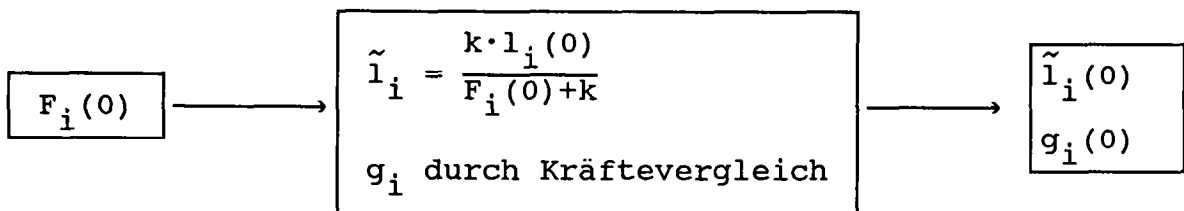
Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten die einzelnen Systemteile erläutert wurden, möchte ich hier das Gesamtsystem im Überblick darstellen. Ich will allerdings darauf verzichten, die einzelnen Größen neu zu definieren.

Ausgangspunkt für die Systemdynamik ist die zeitliche Änderung der Geometrie wie sie durch  $\{U_i(t) \mid i = 0, \dots, n\}$  gegeben wird. Hieraus lassen sich auf Grund geometrischer Überlegungen und der Annahme, daß sich der Faden nicht von den Umlenkungen löst die relevanten Steuergrößen  $\{l_i(t) \mid i=1, \dots, n\}$  und  $\{\alpha_i(t) \mid i=1, \dots, n-1\}$  ableiten.



1. Annahme: Wir wollen von den Steuergrößen  $\{l_i, \alpha_i\}$  verlangen, daß sie stetig differenzierbar sind und nicht entarten, d.h.

2. Annahme: Es treten in einem endlichen Zeitintervall nur endlich viele Umschaltpunkte auf. Durch vorgegebene Kräfte in den Fadenstücken  $\{F_i(0), i=1, \dots, n\}$  ist die Anfangsbedingung für den Faden gegeben. Die Zustandsgrößen  $\{\tilde{l}_i \mid i=1, \dots, n\}$  sowie  $\{g_i \mid i=0, \dots, n\}$  lassen sich daraus ableiten.



Entscheidend für die Berechnung ist die Aufteilung des Gesamtsystems in Teilsysteme.

Ein *Teilsystem* ist definiert durch:

$$T_s := (g_{s_a}, \dots, g_{s_e}) \quad \text{mit } g_{s_a} = g_{s_e} = 0 \\ \text{und } g_j \neq 0, \quad s_a < j < s_e$$

wobei kein Element  $g_j$  ausgelassen wird

sowie durch:

den im Teilsystem vorhandenen ungedehnten Faden

$$\tilde{l}_s := \sum_{j=s_a+1}^{s_e} \tilde{l}_j$$

Die Anzahl der Teilsysteme sei  $p$ . Das Gesamtsystem ist also gegeben durch  $\{T_s, \tilde{l}_s\}_{s=1}^p$

Mit den Abkürzungen:

$$a_j := \prod_{i=j}^{s_e-1} e^{g_i \mu_i \alpha_i} \quad j : s_a+1, \dots, s_e-1$$

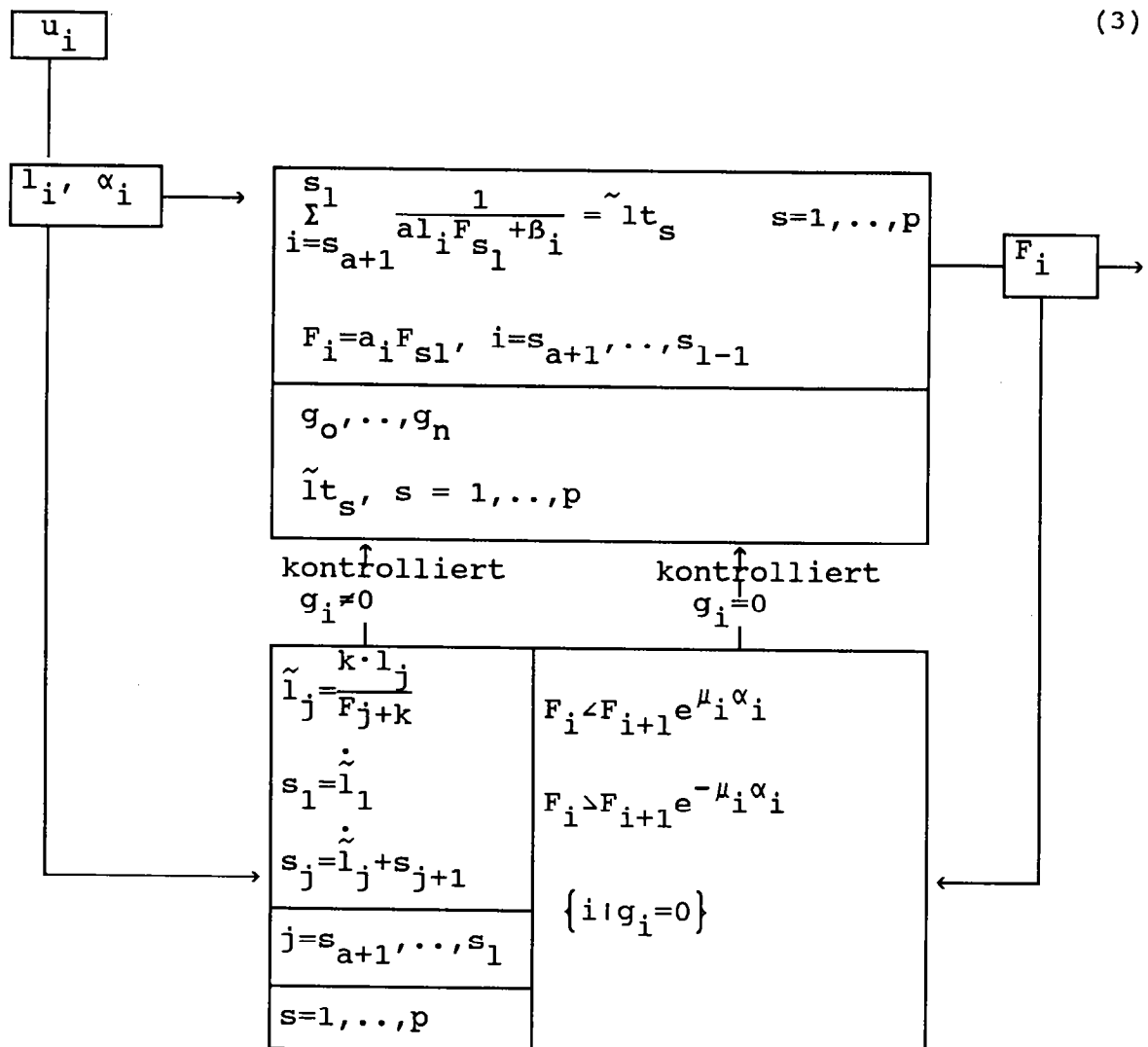
$$a_{s_e} = 1$$

sowie

$$a_{1j} := \frac{a_j}{k \cdot l_j} ; \beta_j := \frac{1}{l_j} \quad j : s_a+1, \dots, s_1$$

(jeweils für ein Teilsystem)

läßt sich das Gesamtsystem folgendermaßen darstellen:

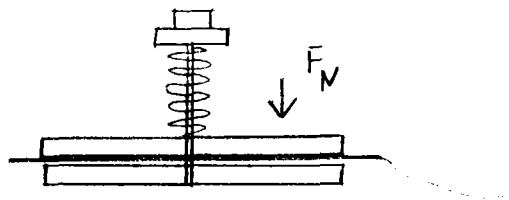


#### IV Erweiterung des Modells um Klemme und Oberfadenspannungsaggregat

Bei dem bisher vorgestellten Modell (3) war kein Fadennachzug möglich, somit also auch kein Nähen. Zum Nähen auch unerlässlich ist das Oberfadenspannungsaggregat welches zu lockeren Faden aufnehmen kann und eine wesentliche Funktion beim Fadennachzug einzunehmen scheint. Eine Möglichkeit dies zu untersuchen stellt das hier vorgestellte Modell dar.

##### a.) Klemme:

Bei der Klemme wird der Faden zwischen zwei Metallplättchen gehalten, welche durch eine Feder gegeneinander gedrückt werden. Diese Federkraft ist verstellbar.



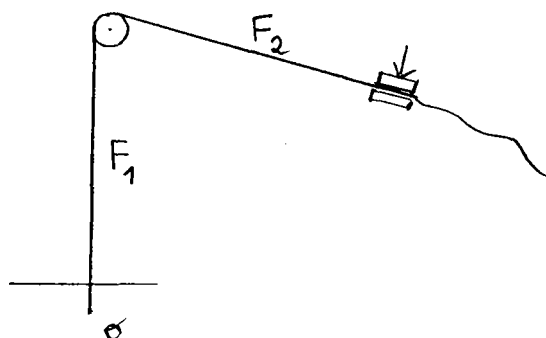
Im einfachsten Modell ergibt sich die Reibekraft  $F_r$  als

$$F_r = f_o \cdot F_N \quad \text{Haftreibung}$$

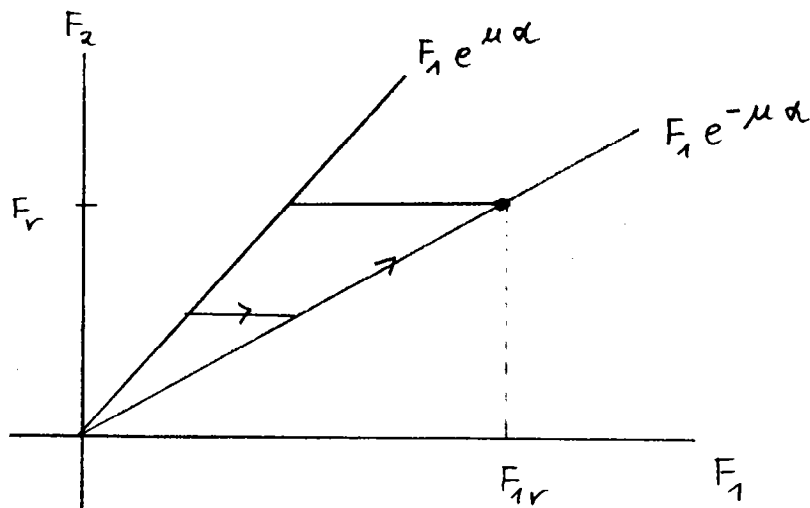
$$F_r = f_b \cdot F_N \quad \text{Gleitreibung}$$

$f_o$ ,  $f_b$  stellen Reibbeiwerte dar. Sie sind von Material und Oberfläche abhängig.

##### Beispiel:



# Kräfte diagramm



Die Kraft  $F_1$  kann also den Wert  $F_{1r}$  nicht übersteigen. Als Folge wird also entsprechend Faden nachgezogen.

Welche Änderungen sind am Modell (3) notwendig?

Bisher wurden die Kräfte aus folgendem Gleichungssystem berechnet:

$$\sum_{i=s_a+1}^{s_e} \frac{1}{\alpha_i F_{se} + \beta_i} = \tilde{l} t_s, \quad F_i = a_i F_{se}$$

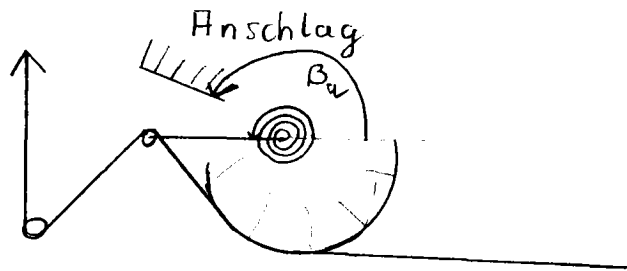
$s$  durchläuft alle Teilsysteme.

Da die Klemme das letzte wesentliche Element der Fadenführung darstellt gilt also für das letzte Teilsystem.

$$(4) \quad F_{se} = \begin{cases} \text{Lösung von } \sum_{i=s_a+1}^{s_e} \frac{1}{\alpha_i F_{se} + \beta_i} = \tilde{l} t_s & \text{falls } F_{se} < F_r \\ F_r & \text{sonst} \end{cases}$$

$$F_i = a_i F_{se}$$

b) Spanner

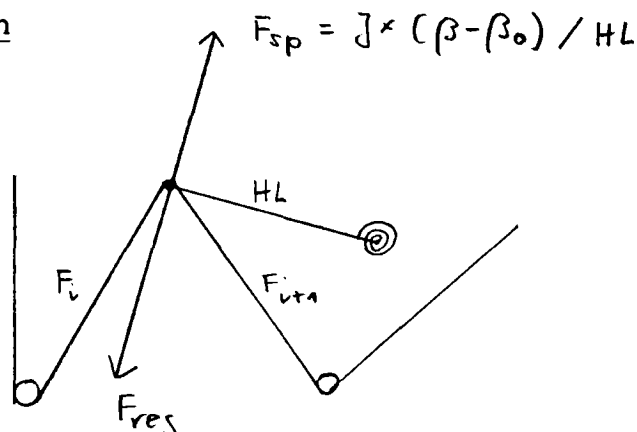


Das Oberfadenspannungsaggregat ist durch folgende Größen gekennzeichnet.

Ort der Feder	$x, y$
Hebellänge	$HL$
Torsionsmodul	$J$
Radius der Umlenkung	$r$
Anschlagwinkel	$\beta_a$
Nullwinkel	$\beta_o$
Auslenkung	$\beta$

Die Umlenkung am Ende des Hebels kann also wie bisher durch  $u_i = (x_i(x), y_i(t), r_i, \mu_i, \text{sgn}_i)$  beschrieben werden.

Bezeichnungen



Sei  $T$  der Lösungsoperator des Systems (3)

$$\begin{aligned} T : (\mathbb{R}^2)^n \times \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}^n \\ (l, \alpha)(t) &\longrightarrow F \end{aligned}$$

so ist folgendes Gleichungssystem zu lösen

$$\begin{aligned} F_{\text{res}} &= f(T(l(\beta), \alpha(\beta)), \beta) \\ F_{\text{sp}} &= J \cdot (\beta - \beta_0) / HL & \beta_g \geq \beta \geq \beta_a \\ F_{\text{res}} &= F_{\text{sp}} \end{aligned}$$

wobei  $f$  die Berechnung von  $F_{\text{res}}$  aus der Geometrie und den Kräften für festes  $\beta$  darstellt.  $\beta_g$ : Grenzwinkel, der Faden berührt die Umlenkung des Spanners lediglich.

## V Programmbeschreibung

### 1.) Datentyp

#### 1.1. Element, Führung

In dem vorliegenden Modell besteht die Fadenführung aus Umlenkungen. Der Datentyp Element umfaßt die Umlenkungen, die Klemme und den Spanner. Alle Elemente sind im Datentyp Führung = array [0,...,N] of Element zusammengefaßt, wobei als letztes Element immer eine Klemme vorzusehen ist.

```
type element = record

    klem,sp,beweg:boolean;
    sgn          :char;
    x,y,z,r,mue  :real;
    fr           :real;
    a,j,xs,ys,zs :real;
    beta0,betaa  :real;
    beta         :real;
    typ          :integer;
    phil,phi2    :real;
                end;
```

Zur Bedeutung der einzelnen Variablen:

#### klem,sp,beweg:

Diese Variablen legen fest ob

eine Klemme vorliegt	klem = true
ein Fadenspanner vorliegt	sp = true
eine bewegliche Umlenkung vorliegt	beweg = true

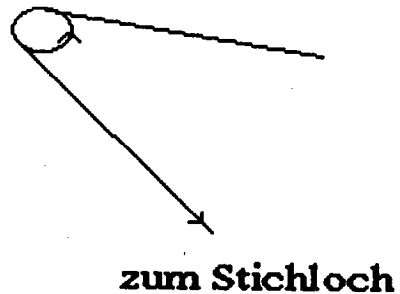


sgn

sgn kann die Werte '+' oder '-' haben.

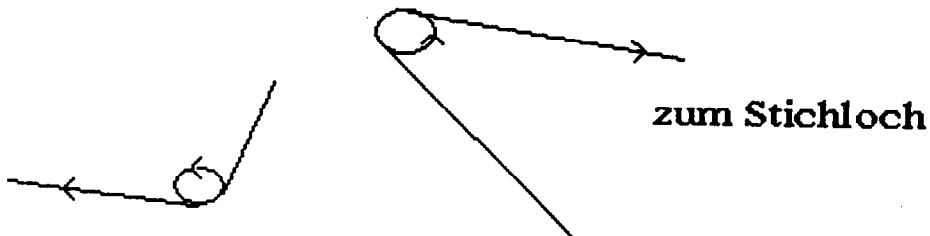
Mit sgn wird die Laufrichtung des Fadens festgelegt.

sgn = '+'



Übereinstimmung von positiver Orientierung des Kreises und der Fadenrichtung. Die Fadenrichtung ist zum Stichloch hin immer positiv zu nehmen.

sgn = '-'



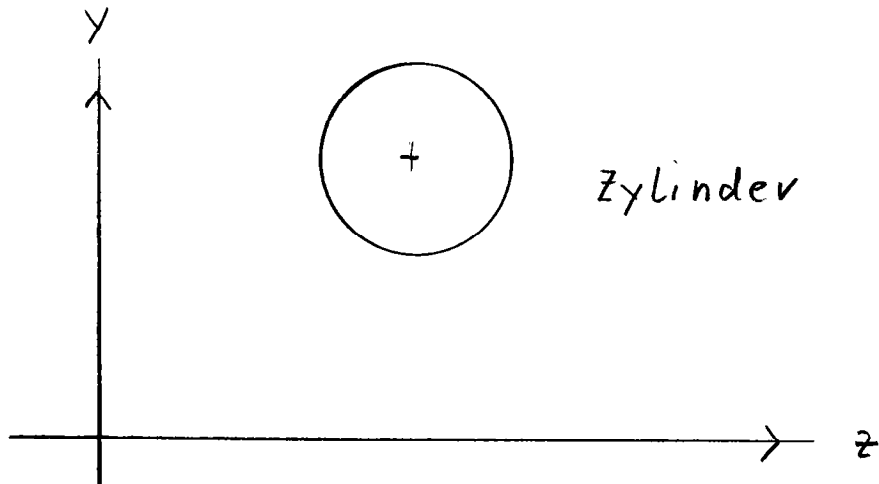
Entgegengesetzte Vorzeichen von Faden und Kreis Orientierung

x, y, z

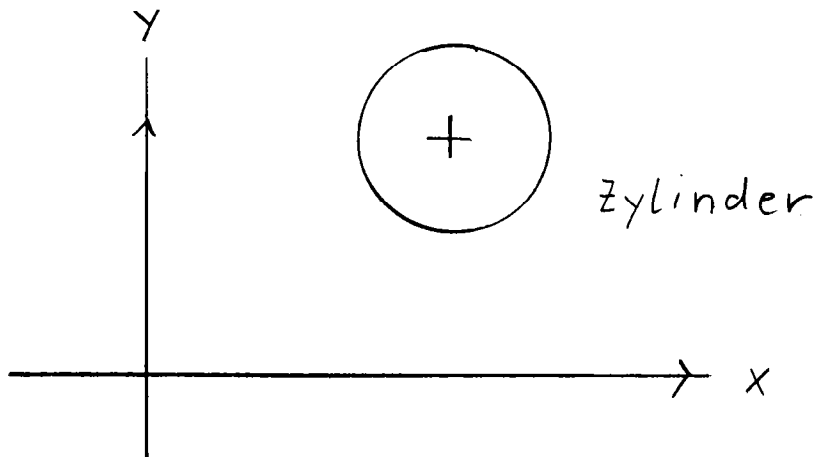
Mittelpunktskoordinaten des Kreises. Dabei wird angenommen, daß alle Umlenkungen durch Kreisbögen approximiert werden können. (vgl. Beschreibung der Elemente durch Pfaff)

Es werden drei Typen von Umlenkungen unterschieden:

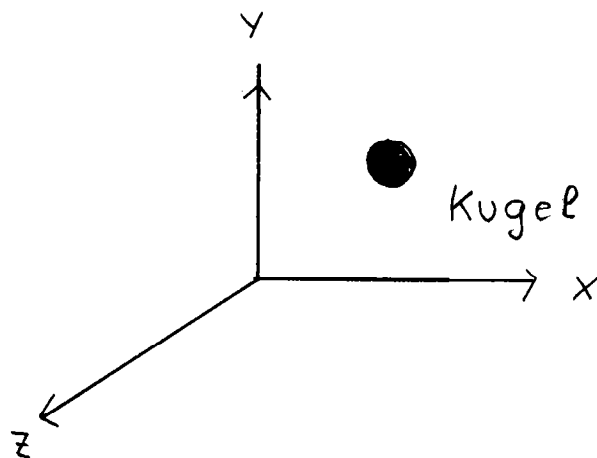
Typ = +1



Typ = -1



Typ = 0



Der Fadengeber wird als Element vom Typ = 0 gekennzeichnet. Dies ergibt natürlich kleine Fehler bzgl. der Reibungskräfte und der Fadenlängen.

r = Radius

Radius des Zylinders bzw. der Kugel.

mue = Reibbeiwert

Auch bei Klemme anzugeben.

fr

Falls klem=true wird fr abgefragt.

fr ist die Normalkraft mit der die beiden Klemmenteile gegeneinander gedrückt werden.

Spanner

Falls sp=true sind folgende Werte anzugeben:

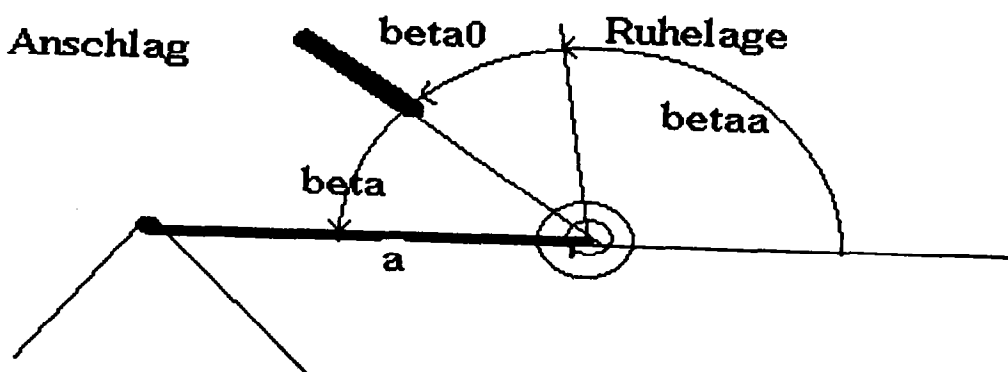
a: : Länge des Hebelarmes

J : Torsionsmodul der Feder ( $F=j*\beta/a$ )  
(Einheit : Nmm)

beta0 : Anschlagwinkel

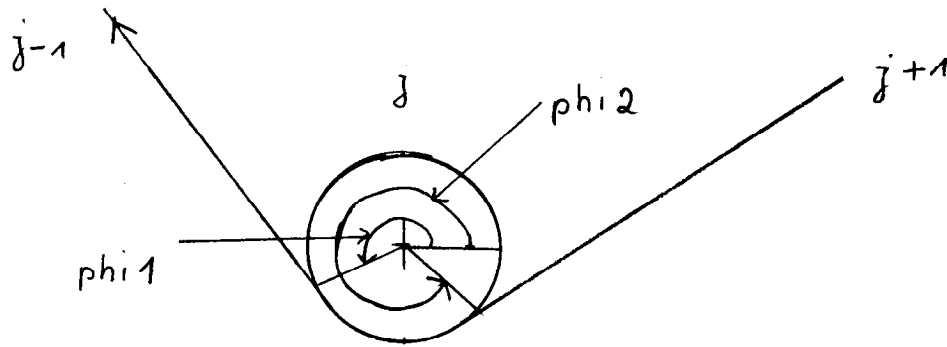
betaa : Nullwinkel, d.h. Feder entspannt

xs,ys,zs : Koordinaten des Drehpunktes



phi1, phi2:

Anlegewinkel des Fadens, wobei phi1 bzgl. des vorhergehenden Elements (j-1) phi2 bzgl. des Elementes (j+1)



### 1.2. rtyp, Rollen:

Die variablen Kenngrößen der Umlenkungen wie Bewegungsrichtung des Fadens (+,-,0), Umschlingungswinkel und Reibbeiwert (evtl. Geschwindigkeitsabhängig) werden im Datentyp

```
rtyp = record
    b: char (+,-,0)
    a: real (Umschlingungswinkel)
    mue: real (Reibbeiwert)
end
```

zusammengefaßt.

Für alle Elemente im Typ

rollen = array [0,...,n] of rtyp.

### 1.3. Fadenstück, Zustand

Die Kenngrößen eines Fadenstückes wie ungedehnte Fadenlänge (zwischen zwei Umlenkpunkte) geometrische Fadenlänge und die Fadenspannung des Fadenstückes werden im Datentyp

```
Fadenstück = record
    ls : real (ungedehnte Fadenlänge)
    l  : real (geometrische Fadenlänge)
    f  : real, (Kraft)
end;
```

zusammengefaßt.

Alle Fadenstücke werden im Datentyp

zustand = array [1,...,n] of fadenstück

zusammengefaßt.

#### 1.4. Variable:

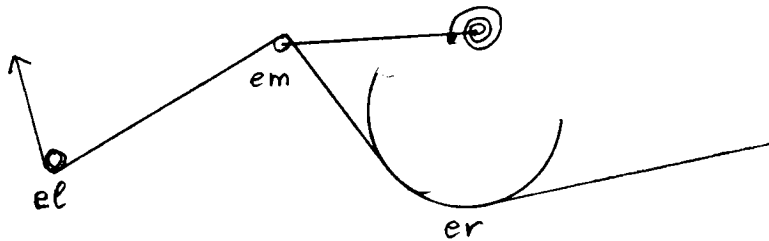
rlt0, rlt : rollen:

- rlt0 : Kenngrößen zur Zeit  $t_0$
- rlt : Kenngrößen zur Zeit  $t$

zst0, zst, zsth : zustand:

- zst0 : Kenngrößen zur Zeit  $t_0$
- zst : Kenngrößen zur Zeit  $t$
- zsth : Hilfsgröße

el, er, em : element:



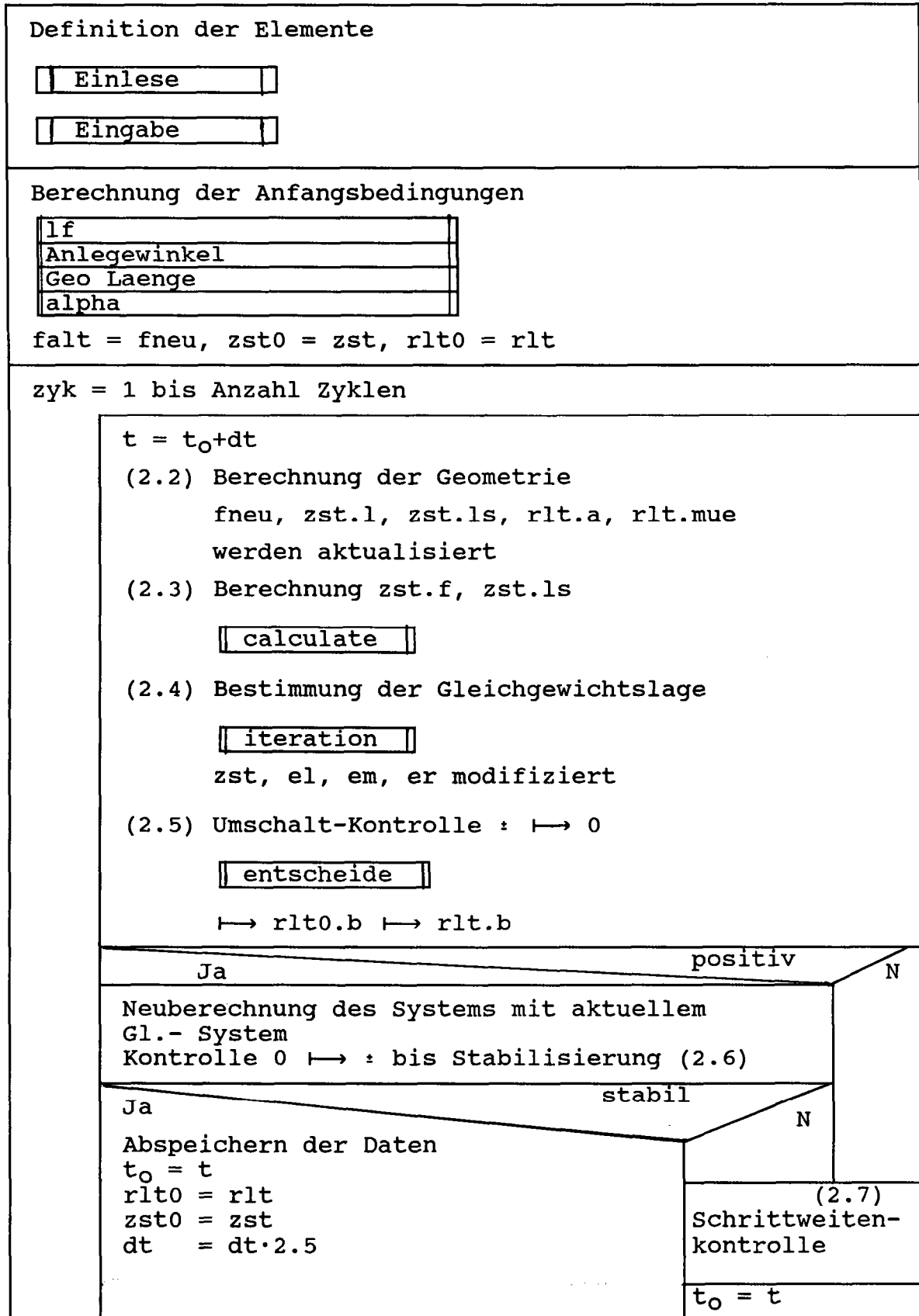
falt, fneu : fuehrung

falt: vergangener Berechnungsvorgang

fneu: aktueller "

## 2. Programmstruktur

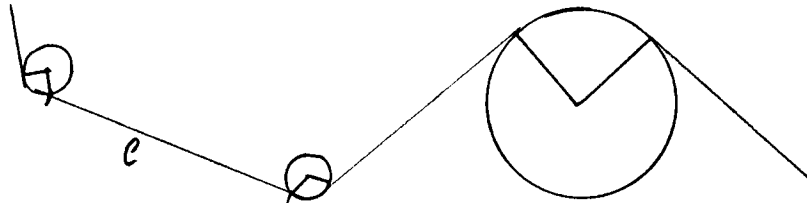
### 2.1. Übersicht



## 2.2.) Berechnung der Geometrie

Situation:  $t = t_0$

Gegeben sind die Mittelpunkte der Umlenkrollen sowie Radius, sgn und typ der Umlenkpunkte.



Weiterhin sind die Berührungspunkte zwischen Faden und Umlenkung bekannt. Abgespeichert in

falt [Element-Nr].phi1

falt [Element-Nr].phi2.

Die geometrischen Längen sind unter zst[Nr].l, die ungedehnten Fadenlängen unter zst[Nr].ls und die Umlenkwinkel unter rlt.[Nr].a abgespeichert.

Situation:  $t = t_0 + dt$

Die Umlenkungen haben sich bewegt. Die Bewegung wird durch den Unterprogrammaufruf

lf(j,t,fneu)

berechnet. Die (x,y,z) Koordinaten der Umlenkungen werden festgelegt.

### Beispiel

```
procedure lf(k:integer;t:double;var f:fuehrung);
```

```
begin
```

```
  with f[k] do (*Element k)
```

```
  case k of
```

```
    0 : begin
```

```
      x:=0.0;
```

```
      z:=0.0;
```

```
      y:=-bedarf(10*t,fadenbedarf);
```

```
    end;
```

```
    2 : begin
```

```
      x:=-2.0;
```

```
      y:=33.5+16.5 * cos(10*t+1.1344);
```

```
      (*Verschiebung in den oberen Totpunkt*)
      z:=9.0;
    end
5 : begin
      x:=0.0;
      gelenk-viereck (10*t+0.1+1.1344,y,z);
      (*0.1: Anfangswinkel*)
      y:=#-5.0;
      z=z;
    end;
  end;
end;
```

In der procedure 1f sind die x,y,z Koordinaten der beweglichen Umlenkungen zu berechnen in Abhängigkeit von der Zeit t, welche für die vorliegende Programmversion für einen Zykel zwischen 0 und  $2 * \pi / 10.0$  variiert. Die in obigen Beispiel benutzten Procedures gehen jedoch davon aus, daß  $0 < t < 2 * \pi$ . Es sind in der case Anweisung der Elementnummern der beweglichen Umlenkungen aufzuführen.

Zum obigen Beispiel:

Element 0: Das Element 0 ist eingeführt worden um den Fadenbedarf des Greifers zu simulieren. Der Abstand dieses Elements vom Stichloch entspricht dem vorgegebenen Fadenbedarf. Die Stützwerte zur Berechnung des Fadenbedarfs (alle 5 Grad) sind in dem array Fadenbedarf abgespeichert. Der Procedur Bedarf führt eine einfache lineare Interpolation durch.

```
function bedarf (t:double;a:arr72):double;
function g(t1:double):double;
var i:integer;
    dphi,dt:double;
begin
    dphi:=pi2/72.0;
    i:=trunc(t1/dphi);
    dt:=?t1-i*dphi;
    if (i=72) then g:=a[i] else
    g:=a[i]+a[i+1]-a[i])/dphi*dt;
    if (i=72 then g:=a[i];
```



```
end; (*Ende g*)
begin
    bedarf:=g(t);
end;
```

Element 2: Stellt die Bewegung der Nadel dar.

Element 5: Gibt die Position der den Fadengeber repräsentierenden Umlenkung an. Diese berechnet sich im vorliegenden Fall aus der Geometrie des Fadengebergetriebes. Diese ist durch die im Programmkopf festgelegten Konstanten gegeben.

```
procedure gelenk-viereck(t:double;var y,z:double);
const  a=16.5;
        b=28.0;
        c=32.9;
        ay=185.6;
        az=0.0;
        b=222.4;
        bz=-5.8;
        yr=-23.6;
        zr=24.0;
        pi=3.1415926;
var
dw-sys,nw,phi,diag,p,r,phis,hz,hy,vy,vz,dw-int:double;
    phib,phidiag,fz,fy,phih,cd,sd,gz,gy,l,h1:double;
begin
    gy:=by-ay;
    gz:=bz-az;
    (*Winkel der die Linie (B,A) in die Horizontale dreht
    dw-sys:=arctan(-gy/gz);
    (*Drehwinkel gegenüber (B,A)*)
    phi:=pi(2.0-dw-sys+t
    (*Berechnung A+a*)
    hz:=az+a*sin(t);
    hy:=ay+acos(t);
    fy:=by-hy;
    fz:=hz-bz;
    (*Berechnung des Winkel zwischen b und (A,A+a)*)
```

```
l:=sqrt(gy*gy+gz*gz);
diag:=sqrt(fz*fz+fy*fy);
p:=(diag+x+b)/2.0;
r:=sqrt((p-c)*(p-b)*(p-diag)/q);
phis:=a*arctan(r(p-c));
phib:=2*arctan(r/p-b);
Phidiag:=2*arctan(r/(p-diag));
(*zu drehender Vektor*)
vz:=-b+yr)
vy:=zr;
(*Drehwinkel*)
h1:=fy/diag;
phih:=arctan(sqrt(1-h1*h1)/h1);
if fz>0 then phih:=pi/2.0-phih;
if fz>0 then phih:=pi/2.0+phih;
dw-int:=phis+phih;
cd:=cos(dw-int);
sd:=sin(dw-int);
z:=cd*vz+sd*vy;
y:=-sd*vz+cd*vy;
z:=d+hz;
y:=y+hy;
end;
```

Durch die Bewegung der Umlenkungen verändern sich:

- Anlegewinkel  $\phi_1, \phi_2$
- die Umschlingungswinkel  $rlt.[nr].a$
- die geometrischen Längen
- die ungedehnten Fadenlängen.

- a) Die Anlegewinkel werden durch den Aufruf `angelegewinkel(fneu[j-1], fneu[j])` berechnet.
- b) die neuen Umschlingungswinkel durch den Aufruf `alpha(fneu[j].sgn, fneu[j].phi1, fneu[j].phi2, fneu[j].klem, rlt0[j].a)`  
`rlt0[j].a` enthält dann den aktuellen Wert.
- c) Berechnung der neuen geometrischen Längen durch `geolänge(fneu[j-1], fneu[j], zst0[j].l)`  
`zst0[j].l` enthält neuen Wert.
- d) Neuberechnung der ungedehnten Fadenlängen

Auf Grund der Bewegung der Umlenkungen verändert sich der Anlegewinkel. Entsprechend wickelt sich dabei auch Faden von den Rollen ab bzw. auf. Dabei nehme ich der Einfachheit halber an, daß der aufgerollte Faden ungedehnt ist und nehme vorerst die dadurch verursachten Fehler in Kauf.

Bemerkung: Vielfach sind die hierdurch verursachten Fehler so gering, daß die Neuberechnung von `ls` unterbleiben kann.

Aufruf:

`ungedehnt(j, zst0[j].ls, zst0[j].l, zst0[j].`

### 2.3. Berechnung der Fadenspannungen und Fadenlängen

#### a) Bestimmung von Teilsystemen

Entsprechend der Definition um Teil III dieses Berichtes läßt sich das Gesamtsystem in entkoppelte Teilsysteme zerlegen. Diese Teilsysteme werden im Datentyp Teilzustand abgespeichert und an die Procedure "calculate" übergeben.

teilzustand = record

k1 : integer      Anfangsfadenstück

k2 : integer      Endfadenstück

z : zustand

r1 : rollen

c2 : char      Kennzeichnung des letzten  
letzten Faden- stückes  
c2 = '0': Faden rutscht nach  
c2 = 'X': Fadenlänge fix

ls : real      Gesamtlänge des ungedehnten  
Fadens im Teilsystem

end;

#### Beispiel:

```
0 + + + 0 - - - - 0
      ↓           ↓
  .-.-.-.-.-.-.-.-.-.-
0      ↑           ↑9
      k1=5      k2=9
```

b.) Berechnung eines Teilsystems

Besteht System aus mehr als einem Fadenstück?		
Ja		Nein
Mehr Faden als geometrische Länge?		
Nein	Ja	$c_2 = '0'$ $f = \text{Reibungskraft}$ $ls = sig \cdot l / (f + sig)$ $c_2 = 'X'$
Berechnung der Koeffizienten $\alpha(j), \beta(j)$ Berechnung der Kraft im letzten Fadenstücks $c_2 = '0' : f = \text{Reibungskraft}$ $c_2 = 'X' : \text{Löse Gleichung}$ $\sum_j \frac{1}{\alpha(j)f + \beta(j)} = ls$ (Newtonverfahren)	$f=0$	$l > ls$ Ja $f = sig(\frac{1}{ls} - 1)$
Rekursive Berechnung der Kräfte in den anderen Fadenstücken $f(j) = e^{g_j \alpha(j)} f(j+1)$		Nein $f = 0.0$
Berechnung der ungedehnten Fadenlängen in jedem Fadenstück $ls = sig \cdot l / (f + sig)$		
Falls alle $f(j)$ Null waren folgt: $ls = l$ in jedem Fadenstück. Dies kann zu Inkonsistenzen mit der wirklichen Fadenlänge führen. Deshalb:		
Mehr Faden als geometr. Länge		
Ja	Nein	
Verteilen des überschüssigen Fadens auf alle Fadenstücke		
Aktualisierung des Übergabeparameters $ls$ .		

## 2.4. Berechnung der Gleichgewichtslage

Block	Spanner
<p><u>Zustand:</u>  Kräfte und Längen sind der neuen Geometrie angepaßt, zst neu berechnet. <math>\alpha</math>, <math>\beta</math> noch auf altem Stand.  Ziel dieses Abschnittes ist es <math>\beta</math> so einzustellen, daß am Spanner Kräftegleichgewicht herrscht.</p>	
$F_{res} = F_{sp}, F_{sp} = J \cdot (\beta - \beta_0) / a$ $F_{res} = F(T(l(\beta), \alpha(\beta), \beta))$	
<p>Haben sich die Kräfte vor und hinter dem Spanner verändert</p>	
Ja	Nein
<p>Definition der Übergabeparameter:</p> <p>el = fneu (kspan-1)      Element vor Spanner  em = fneu (kspan)      Spanner  er = fneu (kspan-1)      Element hinter Spanner  hb = rlt (kspan).b      Zustand  der dem Spanner zugeordneten Umlenkung</p> <p>ITERATION (kspan,hb,el,em,er)</p> <p>Zuweisung der neuen Elementdaten el,em,er and falt.</p> <p>Da eine Neuberechnung bei Schrittweiten-  halbierung, d.h. erfolglosem Zeitschritt immer  als Geometrie den Zustand zur Zeit t annimmt.</p>	
<p>zst.ls und zst.f wurden neu berechnet bei konstanten Zuständen der Umlenkungen.</p>	

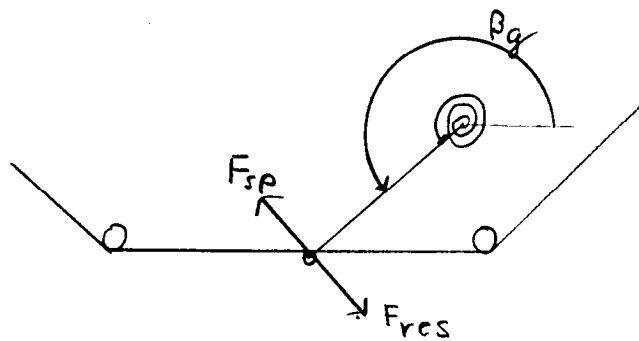
### Iteration zur Berechnung des Kräftegleichgewichts

Aufgabe dieser Procedure ist es zu gegebener Geometrie (x,y,z)-Koordinaten, bei gegebenem Zustand der Umlenkungen (+,-,0) die Nullstellen der Funktion

$$f(\beta) = F_{res} - F_{sp}(\beta) \text{ zu finden.}$$

Es sind dabei folgende Randbedingungen zu beachten:

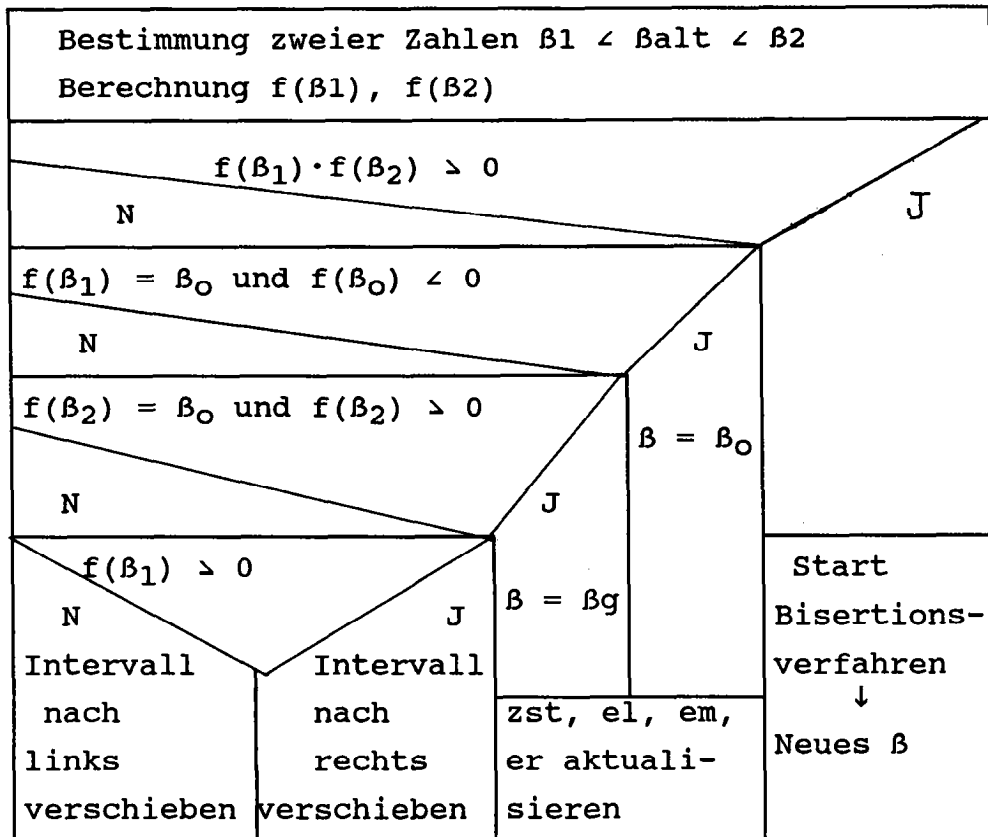
- 1.)  $\beta \geq \beta_0$ , d.h. es gibt einen Anschlagwinkel  $\beta_0$ , der nicht unterschritten werden kann. Für die Anschlagsituation gilt:  $f(\beta_0) \leq 0$ .
- 2.)  $\beta \leq \beta_g$ ,  $\beta_g$  heißt Grenzwinkel.



Dieser Zustand ist für endliche Fadenkräfte nicht erreichbar.

Da gute Startwerte für Beta, bei nicht allzugroßen Geometrieänderungen immer vorliegen, die Berechnung von  $f_{res}$  jedoch aufwendig ist, arbeitet hier ein Bisektionsverfahren effizient. Es ist zu berücksichtigen, daß ein Fadennachzug während einer Iteration nicht nachfolgende Berechnungen beeinflusst. D.h. die Ausgangswerte der Fadenlängen müssen zwischen gespeichert werden.

Ablauf





## 2.5) Umschaltkontrolle : $\mapsto 0$

### a.) Berechnung der Fadenverschiebung in den Umlenkungen:

geg.: ungedehnte Fadenlängen zur Zeit  $t, t_0$

$zst[j] \cdot ls, zst0[j] \cdot ls$

kurz:  $lst[j], lst0[j]$

$$\begin{array}{ccccccc} & lst[1] & & lst[2] & & \dots\dots\dots & \\ \uparrow & \frac{lst[1]}{lst0[1]} & \uparrow & \frac{lst[2]}{lst0[1]} & \uparrow & \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} & \uparrow \\ 0 & & 1 & & 2 & & 3 \end{array}$$

#### 1. Änderungen in jedem Fadenstück

$$\Delta l[j] = lst[j] - lst0[j]$$

#### 2. betrachte Teilsysteme (0+++--0)

- Berechne evtl. Fadennachzug (ergibt die Fadenverschiebung an der letzten Umlenkung)
- Berechne die Fadenverschiebung in allen anderen Umlenkungen

$$\begin{array}{ccccc} \Delta l[1] & & \Delta l[2] & & \Delta l[3] \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \hline & \uparrow & & \uparrow & \\ s = \Delta l[1] & & s = s + \Delta l[2] & & \end{array}$$

(rekursiv)

### b.) Umschaltkontrolle

geg.:  $s[j]$ , Zustand der Umlenkung  $rlt[j].b$

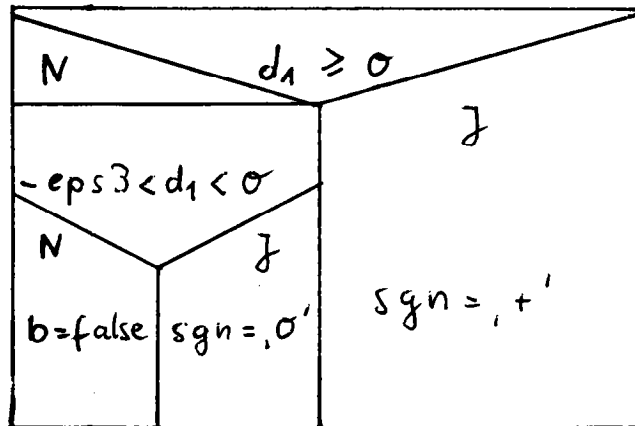
procedure entscheide (dl, sgn, b)

dl: Verschiebung

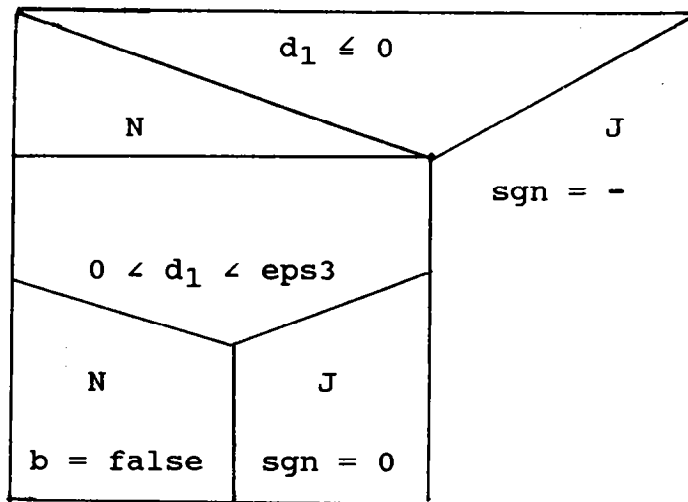
sgn: (+, -, 0)

b: logische Variable, b = false induziert Schrittweithalbbierung.

sgn = + :



sgn = - :



sgn = 0: b = true

Bemerkung: sgn bleibt also nur enthalten, wenn die Richtung der Fadenverschiebung mit sgn übereinstimmt.

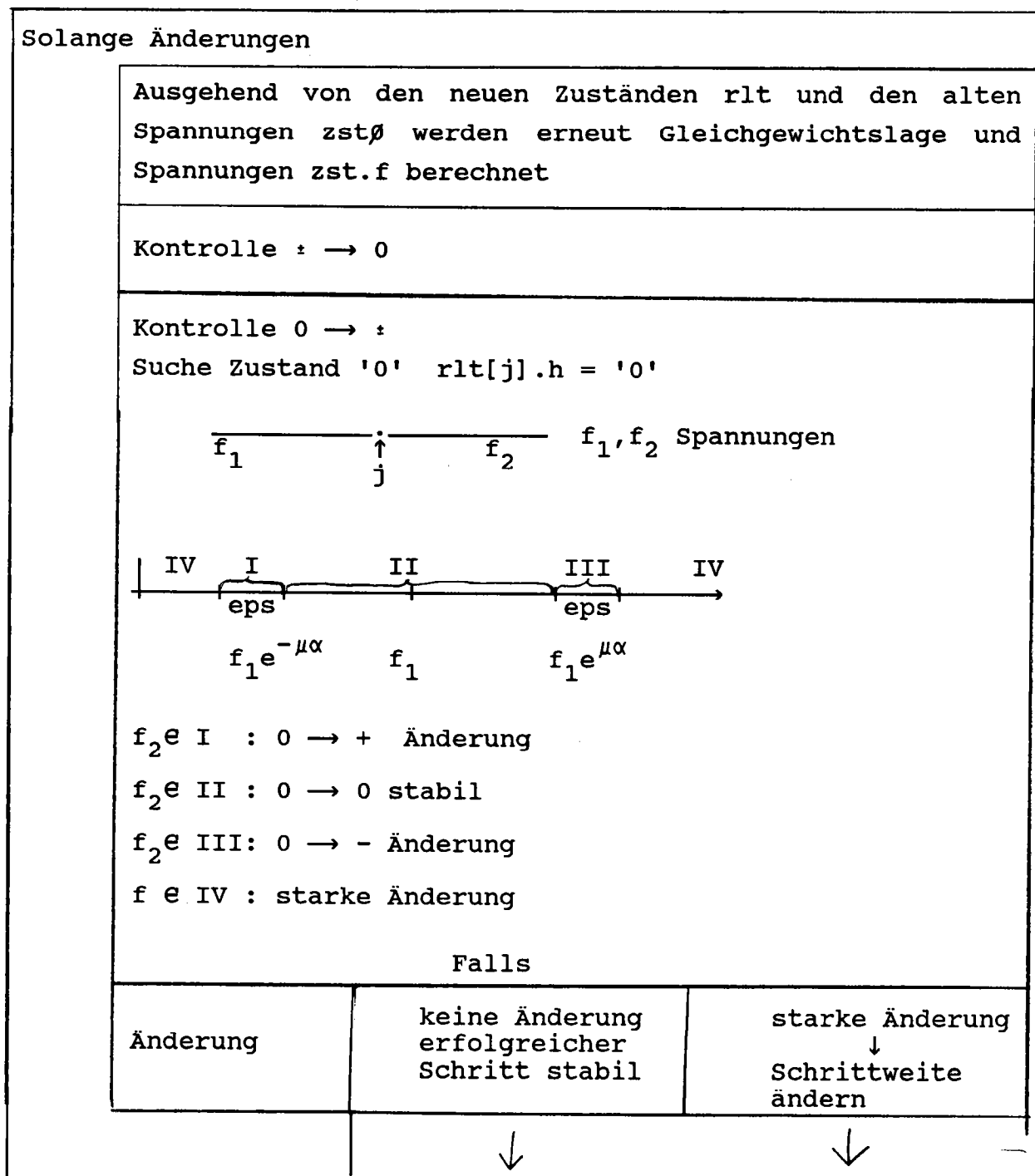
Geht die Verschiebung stärker als eps3 in die falsche Richtung so muß der Zeitschritt verkleinert werden.

Ziel: Umschaltpunkt :  $\mapsto 0$  soll möglichst genau getroffen werden.

## 2.6) Stabilisierung

In Abschnitt 3 wurden, auf Grund der durch Geometrieänderungen verursachten Fadenspannungenänderungen neue Systemzustände ( $z \mapsto 0$ ) eingestellt. Dies bedeutet jedoch ein neues Gleichungssystem und kann zu Inkonsistenzen führen. Diese Inkonsistenzen zu beseitigen und die Kontrolle der Umschaltungen  $0 \mapsto z$  ist Aufgabe dieses Abschnittes.

### Ablauf:



## 2.7. Schrittweitenkontrolle

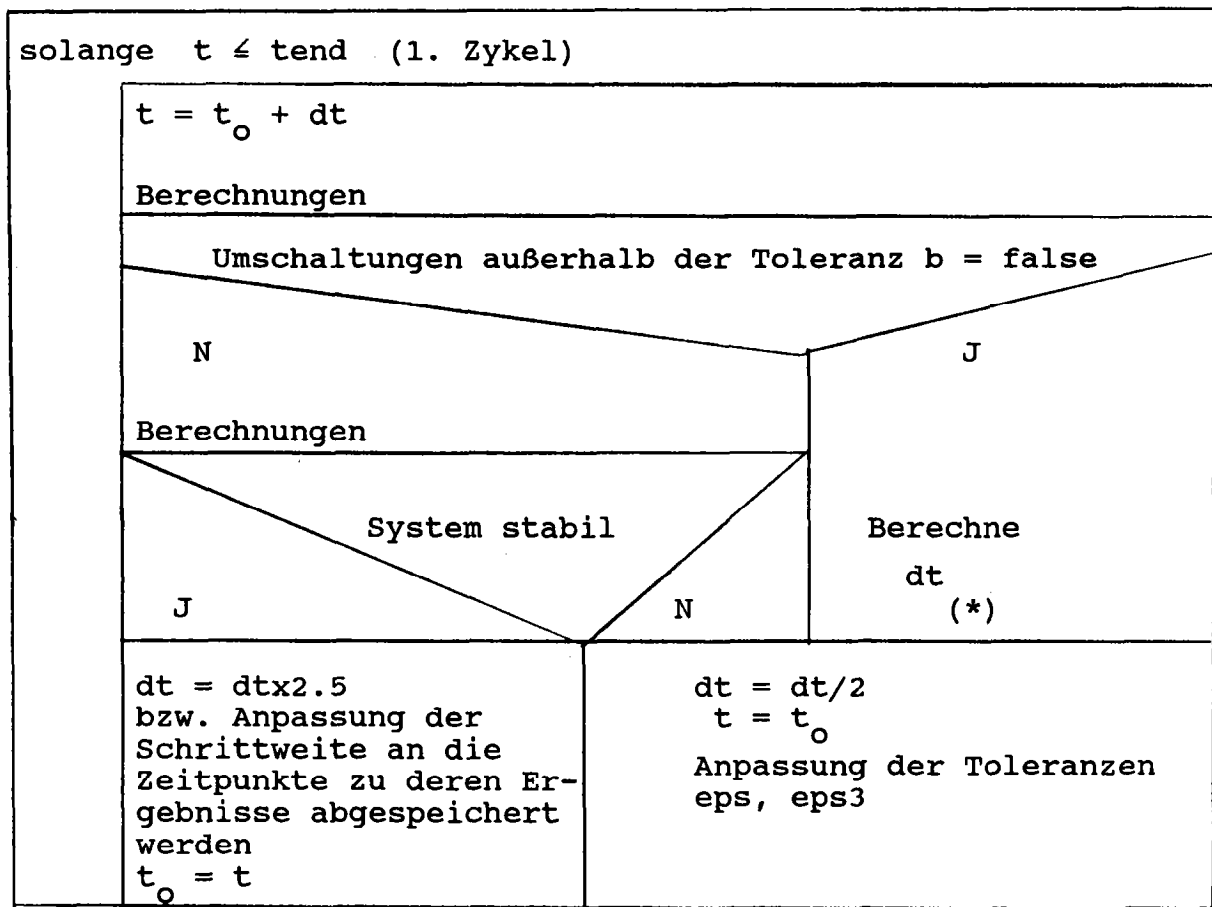
Ziel der Schrittweitenkontrolle in diesem Programm ist:

- möglichst genaues Treffen der Umschaltzeitpunkte
- Vergrößerung der Zeitschritte zwischen den Umschaltzeitpunkten.

### Struktur

$$t_0 = 0$$

dt = Anfangswert



### (\*) Berechne dt

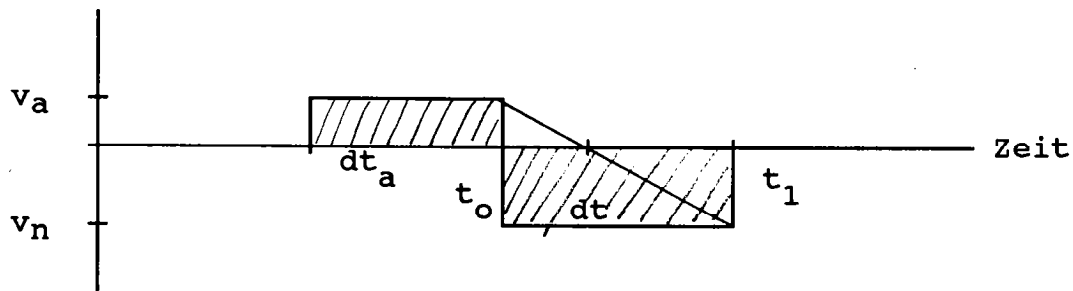
Es liegt also folgende Situation vor:

Zustand der Umlenkungen (+,-) hat entgegengesetztes Vorzeichen wie die Fadenbewegung, und zwar außerhalb eingegebener Toleranz.

(|Verschiebung des Fadens| >  $eps3$  > 0)

Das Ziel den Umschaltzeitpunkt genau zu treffen kann also nur durch Neuberechnung mit kleinerer Schrittweite erreicht werden. Da die absolute Fadenverschiebung von der Schrittweite  $dt$  abhängt, wird die Fadengeschwindigkeit betrachtet.

Geschwindigkeit des Fadens



$$dt' := \frac{v_a}{v_a - v_n} \cdot dt$$

$t := t_0 + dt'$  ist der neue Schätzwert für den Umschaltzeitpunkt.

## VI Ergebnisse

### 1. Beschreibung des Testbeispiels

Die Daten des Testbeispiels beschreiben die Fadenführung einer Industrienähmaschine der Firma Pfaff. Die graphische Darstellung entspricht den Bildern am Anfang dieses Berichtes. (Bild 2).

Die Fadenführung setzt sich also aus 11 Elementen zusammen. Davon sind drei Elemente beweglich:

a) Der durch den Fadenbedarf gegebene Endpunkt des Fadens. Hier ist besonders zu beachten, daß nach jedem Zyklus ein Stück Faden vernäht ist.

b) Die Umlenkung an der Nadel

c) Der Fadengeber. Er lenkt außerdem den Faden aus der (x,y)-Ebene in die (4,7) Ebene um. Seine Bewegung ist über das Gebergetriebe vorgegeben. (vgl. V. 2.2)

Die Position dieser Elemente sind 0,2,5. Das Fadenspannungsaggregat stellt Element Nr. 8 dar und die Klemme das letzte Element Nr. 10. Im Rahmen dieses Tests sollen die folgenden Parameter variiert werden

- 1.) Fadenelastizität: Programmkonstante : sig
- 2.) Torsionsmodul der Feder eines Spanner : J
- 3.) Klemmkraft : fr

### Elementbeschreibung

<u>Element Nr.: 0</u>	
1 : Klemme	: FALSE
2 : Spanner	: FALSE
3 : bewegte Umlenkung	: TRUE
4 : Fadenrichtung	: +
Koordinaten des Mittelpunktes	
5 : x - Koordinate	: 0.000000
6 : y - Koordinate	: 0.000000
7 : z - Koordinate	: 0.000000
8 : Radius	: 0.000000
9 : Reibbeiwert mue	: 0.000000

18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz):1

Element Nr.: 1

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : +  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 0.000000  
6 : y - Koordinate : 0.100000  
7 : z - Koordinate : 0.000000  
8 : Radius : 0.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.000000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz):1

Element Nr.: 2

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : TRUE  
4 : Fadenrichtung : +  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 0.000000  
6 : y - Koordinate : 0.000000  
7 : z - Koordinate : 0.000000  
8 : Radius : 1.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz):1

Element Nr.: 3

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : +  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 0.000000  
6 : y - Koordinate : 63.000000  
7 : z - Koordinate : 15.000000  
8 : Radius : 2.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000

18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz):1

Element Nr.: 4

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : -  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 0.000000  
6 : y - Koordinate : 140.000000  
7 : z - Koordinate : 0.000000  
8 : Radius : 40.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz):1

Element Nr.: 5

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : TRUE  
4 : Fadenrichtung : +  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 0.000000  
6 : y - Koordinate : 0.000000  
7 : z - Koordinate : 0.000000  
8 : Radius : 4.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz):0

Element Nr.: 6

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : +  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 5.000000  
6 : y - Koordinate : 168.000000  
8 : z - Koordinate : 52.000000  
8 : Radius : 1.250000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000



18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz): -1

Element Nr.: 7

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : -

Koordinaten des Mittelpunktes

5 : x - Koordinate : 8.000000  
6 : y - Koordinate : 138.000000  
8 : z - Koordinate : 52.000000  
8 : Radius : 2.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz): - 1

Element Nr.: 8

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : TRUE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : +  
8 : Radius : 0.250000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.080000

Wert für die Spannvorrichtung

11: Hebelarm : 14.000000  
12: Torsionsmodul : 0.750000  
13: Anschlagwinkel : 2.530000  
14: x - Koordinate : 30.000000  
15: y - Koordinate : 140.000000  
16: z - Koordinate : 52.000000  
17: Nullwinkel : 2.300000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz): - 1

Element Nr.: 9

1 : Klemme : FALSE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : -

Koordinaten des Mittelpunktes

5 : x - Koordinate : 30.000000

6 : y - Koordinate : 140.000000  
8 : z - Koordinate : 52.000000  
8 : Radius : 3.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 0.150000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz): - 1

Element Nr.: 10

1 : Klemme : TRUE  
2 : Spanner : FALSE  
3 : bewegte Umlenkung : FALSE  
4 : Fadenrichtung : +  
Koordinaten des Mittelpunktes  
5 : x - Koordinate : 40.000000  
6 : y - Koordinate : 145.000000  
8 : z - Koordinate : 52.000000  
8 : Radius : 0.000000  
9 : Reibbeiwert mue : 1.000000  
10: Klemmkraft : 0.010000  
18: Typ + 1:(yz) -1:(xy) 0:(xyz): - 1

## 2.) Einfluß der Fadenelastizität auf die Dynamik

Für das in 1. beschriebene Testbeispiel wurden Rechnungen mit folgenden Parametersätzen durchgeführt.

1.)  $J = 1.5$   $fr = 0.06$   $sig = 143.0$   
 $J$  = Torsionsmodul der Spannerfeder  
 $fr$  = Reibkraft der Klemme  
 $sig$  = Fadenelastizität

2.)  $J = 1.5$   $fr = 0.06$   $sig = 14.3$

3.)  $J = 1.5$   $fr = 0.06$   $sig = 5.43$

4.)  $J = 1.5$   $fr = 0.06$   $sig = 1.43$

In Abhängigkeit von der Fadenelastizität waren unterschiedlich viele Zyklen notwendig um einen stationären Verlauf zu erhalten. Im Fall 4 waren vier Zyklen und im Fall 1) zwei Zyklen notwendig.

Es wurden drei Gruppen von Plots angefertigt:

1. Gruppe: Fadenspannung im ersten Fadenelement gegenüber dem Drehwinkel der Antriebswelle.  $0^\circ$  entsprechen dem oberen Totpunkt des Fadengebers. Maximaler Fadenbedarf herrscht bei  $250^\circ$ .

2. Gruppe: Auslenkwinkel der Fadenanzugsfeder  $\beta$  gegenüber Drehwinkel

3. Gruppe: Dicke Linie: Die zwischen Element 0 und Element 10 vorhandene Fadenmenge (ungedehnt) →  
Dünne Linie: Die geometrische Länge zwischen Element 0 und Element 10. →

Bemerkung: geometrische Länge > Fadenlänge =>  
Fadenspannung positiv

## Bewertung der Ergebnisse

1.) Wie aus den Bildern (7,8,9,10) ersichtlich, steigt die ungedehnte Fadenmenge mit fallender Elastizitätskonstante

<u>sig</u>	<u>Fadenlänge</u>
1.43	336
5.43	350
14.43	352
143.0	353

Dies bedeutet, daß bei sehr elastischem Faden mehrere Stiche notwendig sind bis ein Fadennachzug erfolgt und ein stationärer Zustand erreicht wird.

- 2.) Der Zeitpunkt des Fadennachzuges wandert mit ansteigender Fadensteifheit zu kleineren Winkeln. (Bilder 11,12,13,14)
- 3.) Bei  $\text{sig} = 143$  tritt die maximale Fadenspannung im ersten Fadenstück mit dem Fadennachzug auf. Bei kleinerer Fadenelastizität tritt die maximale Spannung im oberen Totpunkt des Gebers auf. (vgl. Bilder 15,16,17,18)

Flaenge: 1s sw, 1 ro

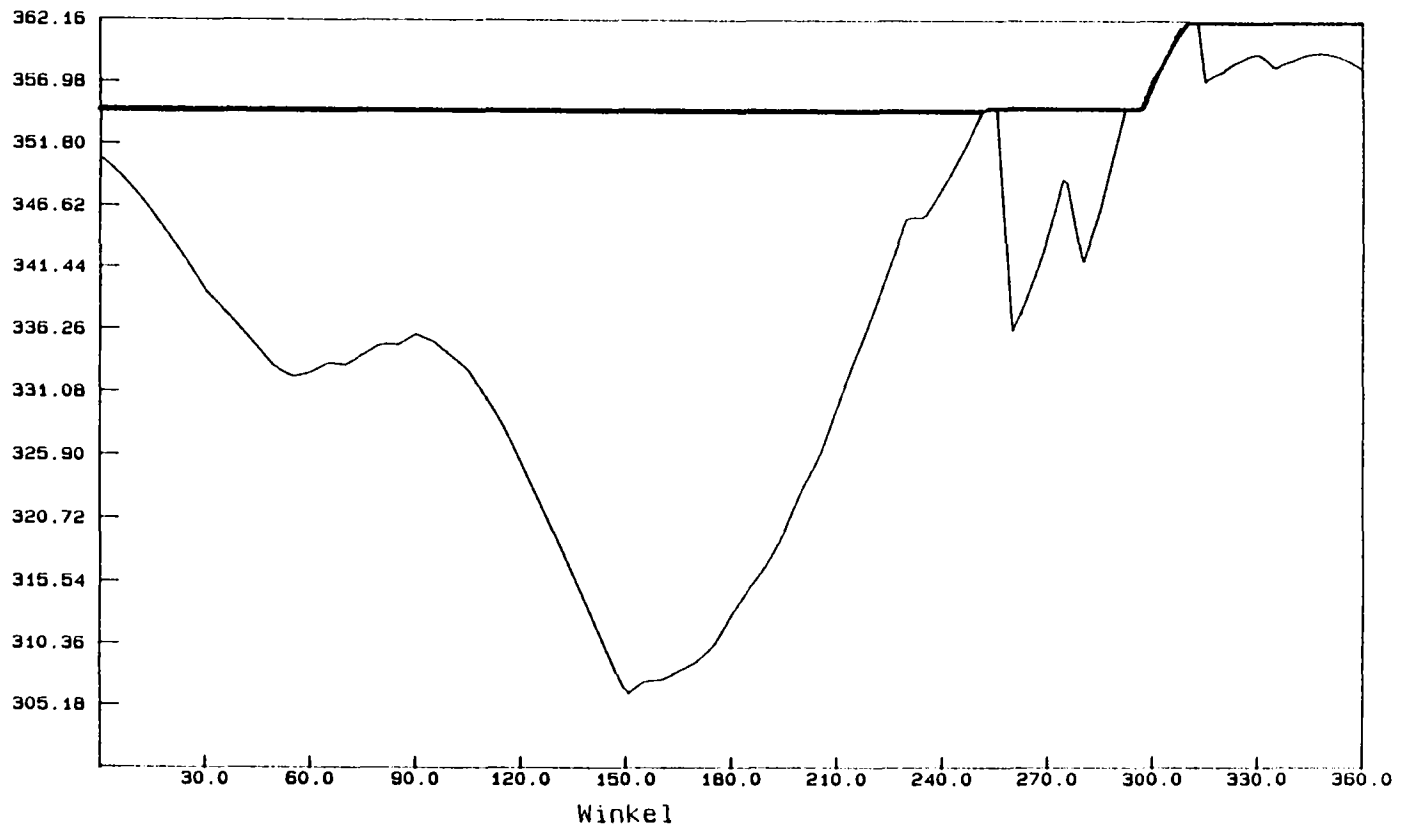


Bild 7

J=1.5 fr=0.06 sig=1.43

Flaenge: 1s sw, 1 rot

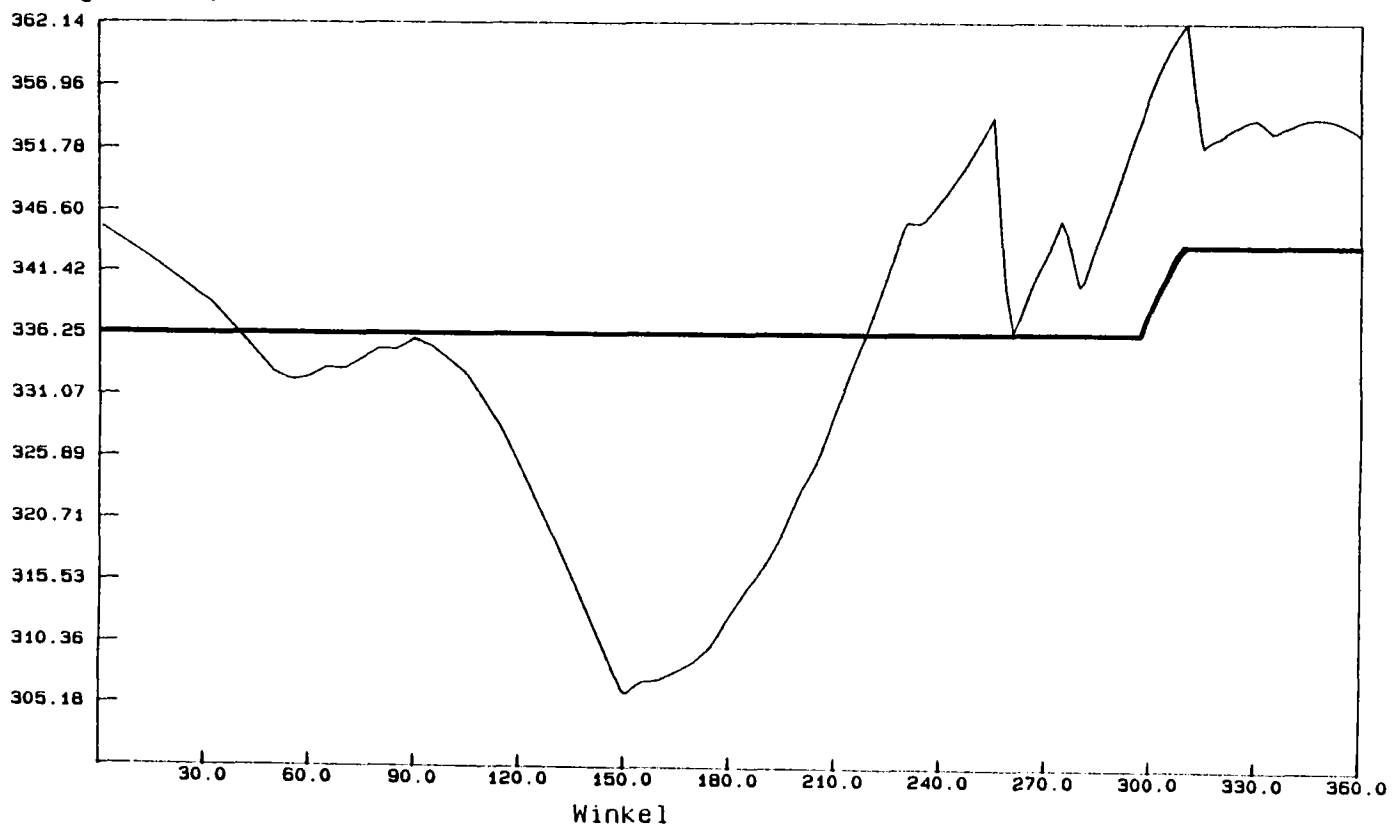


Bild 8

J=1.5 fr=0.06 sig=5.43

Flaenge: 1s sw, 1 rot

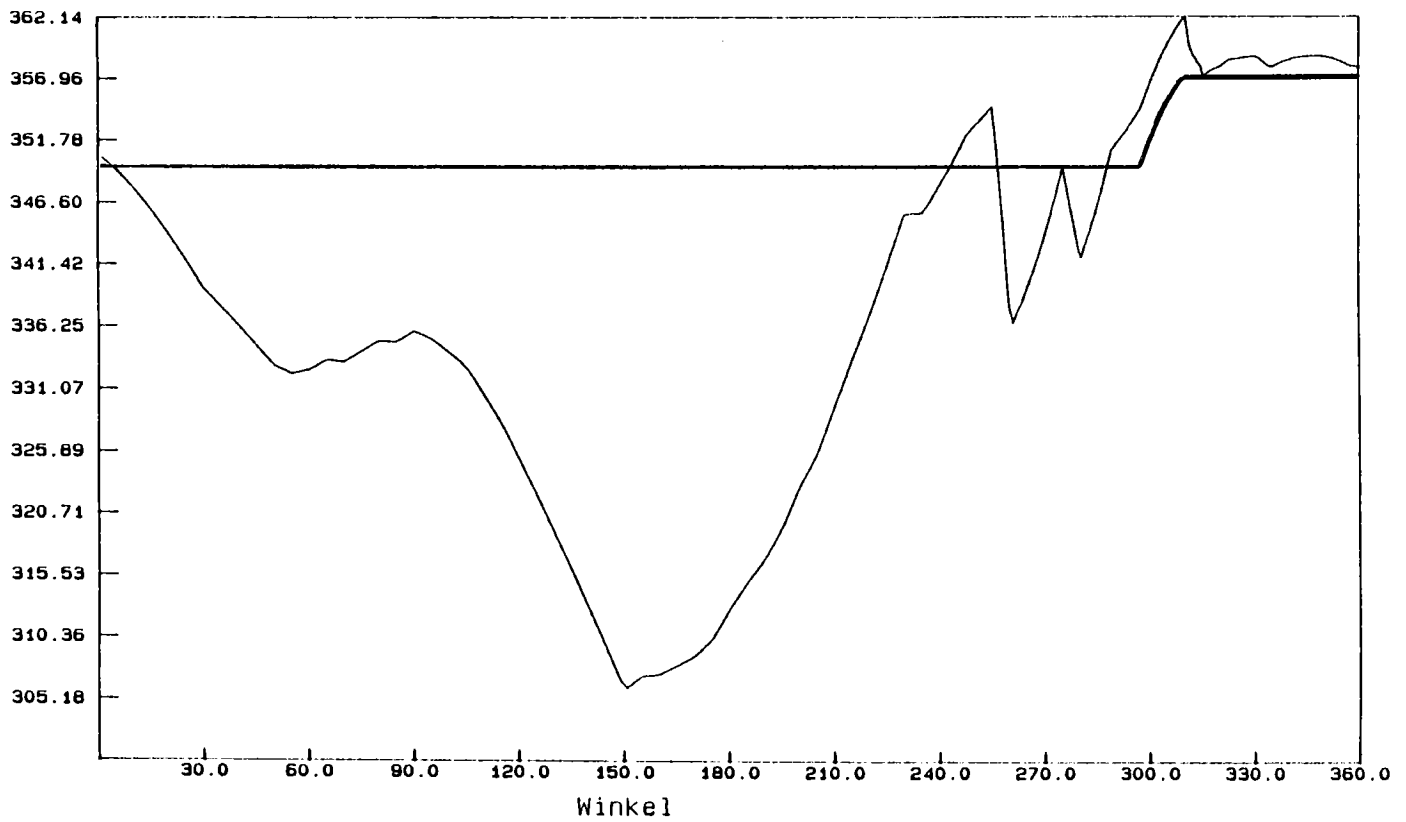


Bild 9

J=1.5 fr=0.06 sig=14.3

Flaenge: 1s sw, 1 rot

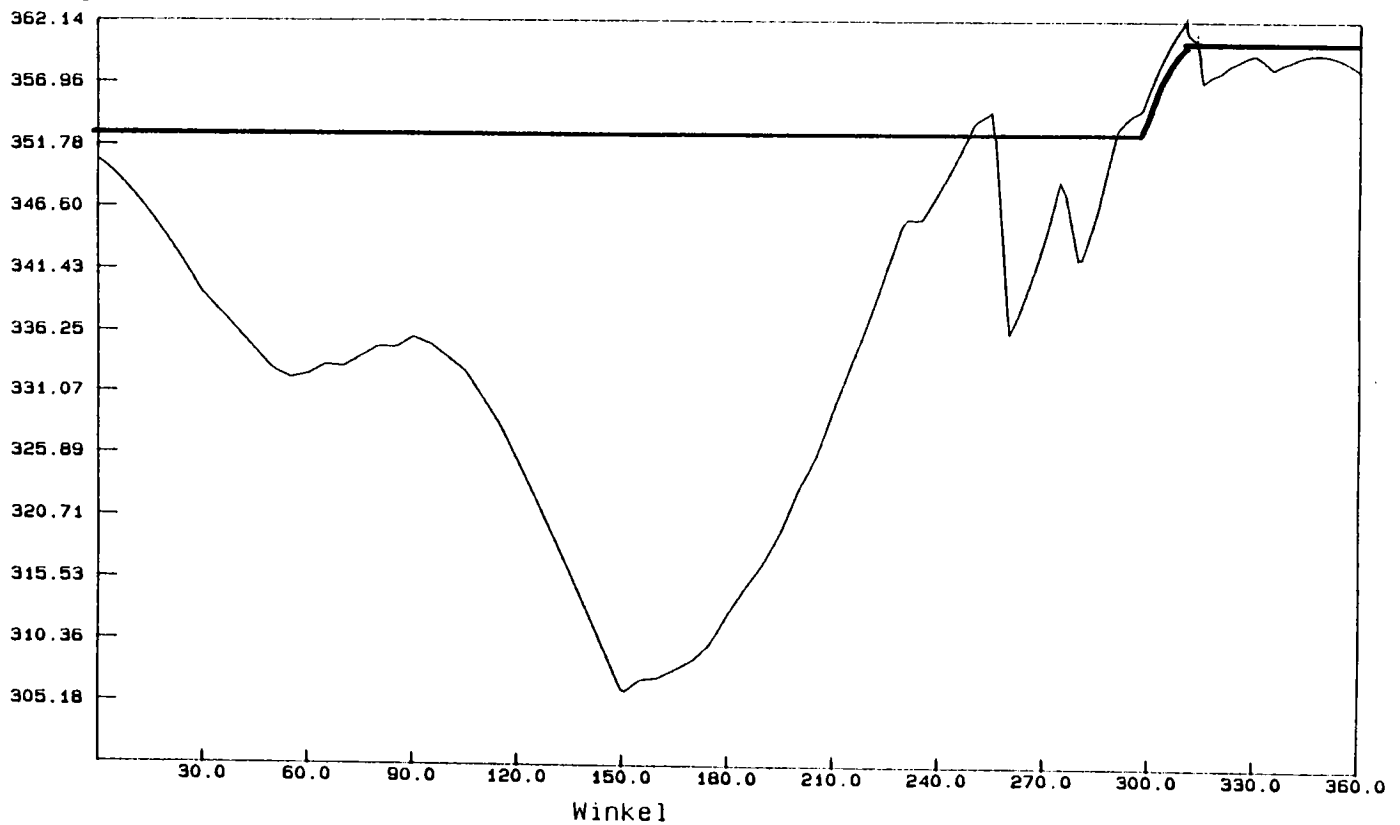


Bild 10

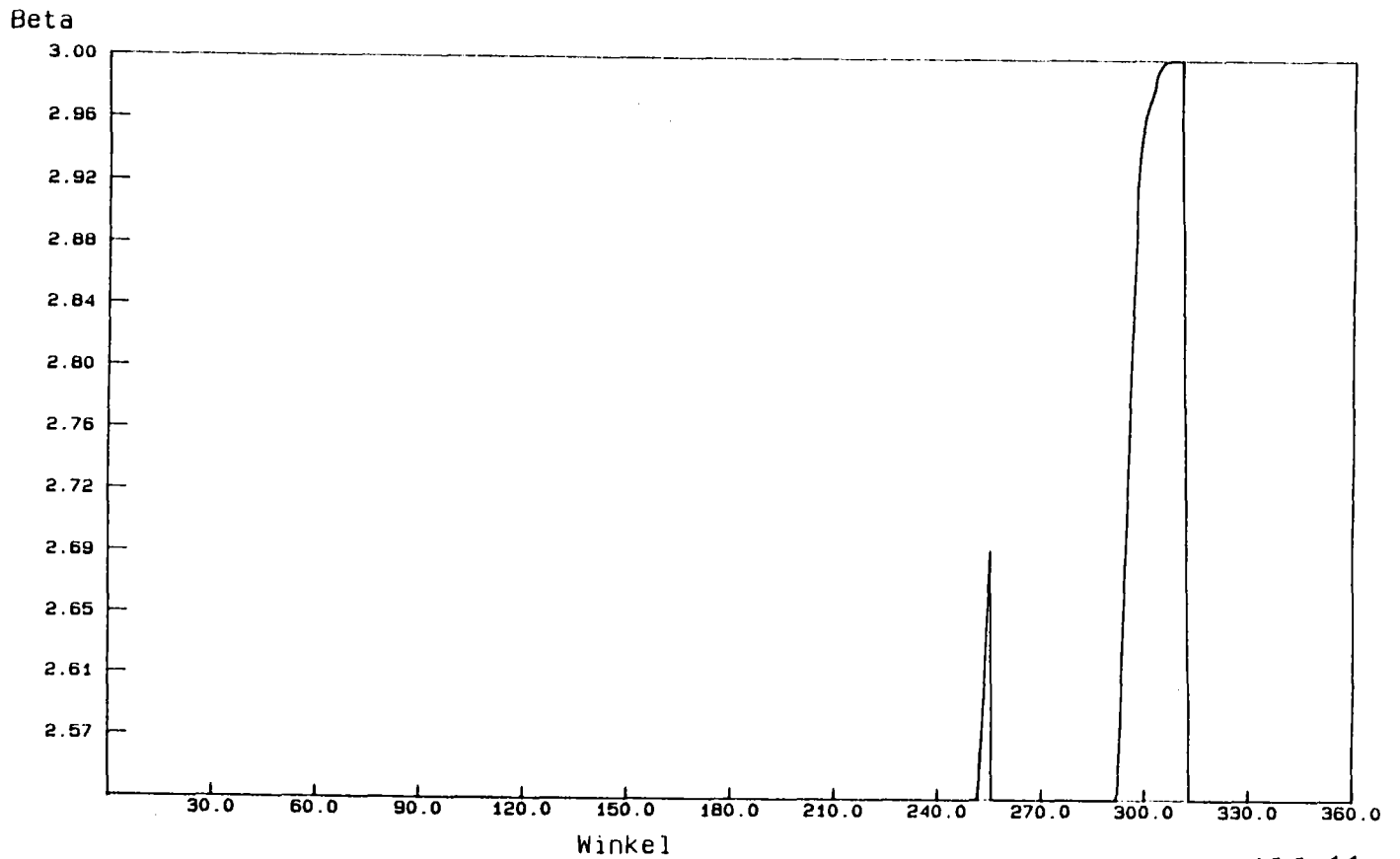


Bild 11

J=1.5 fr=0.06 sig=14.3

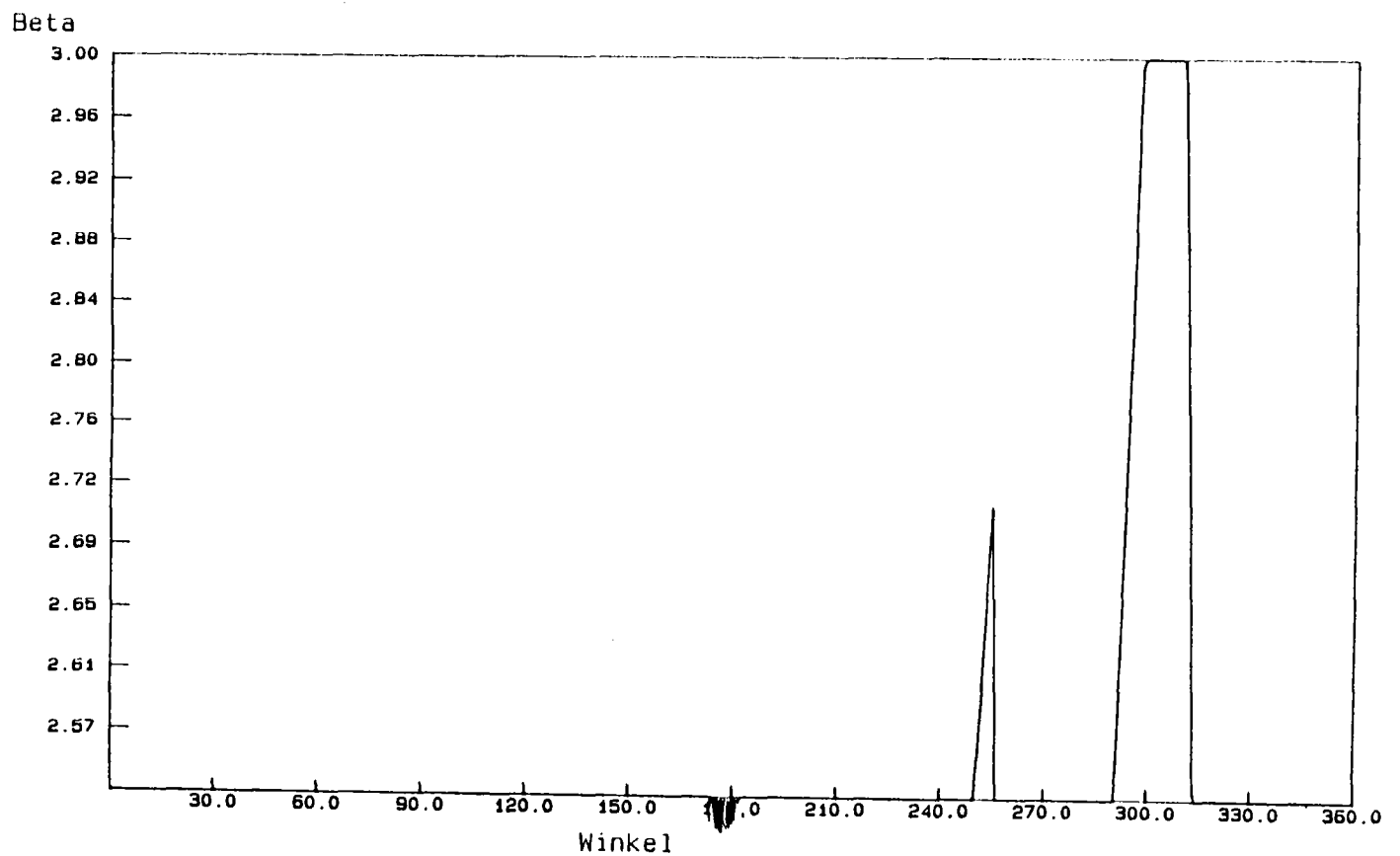


Bild 12

J=1.5 fr=0.06 sig=5.43

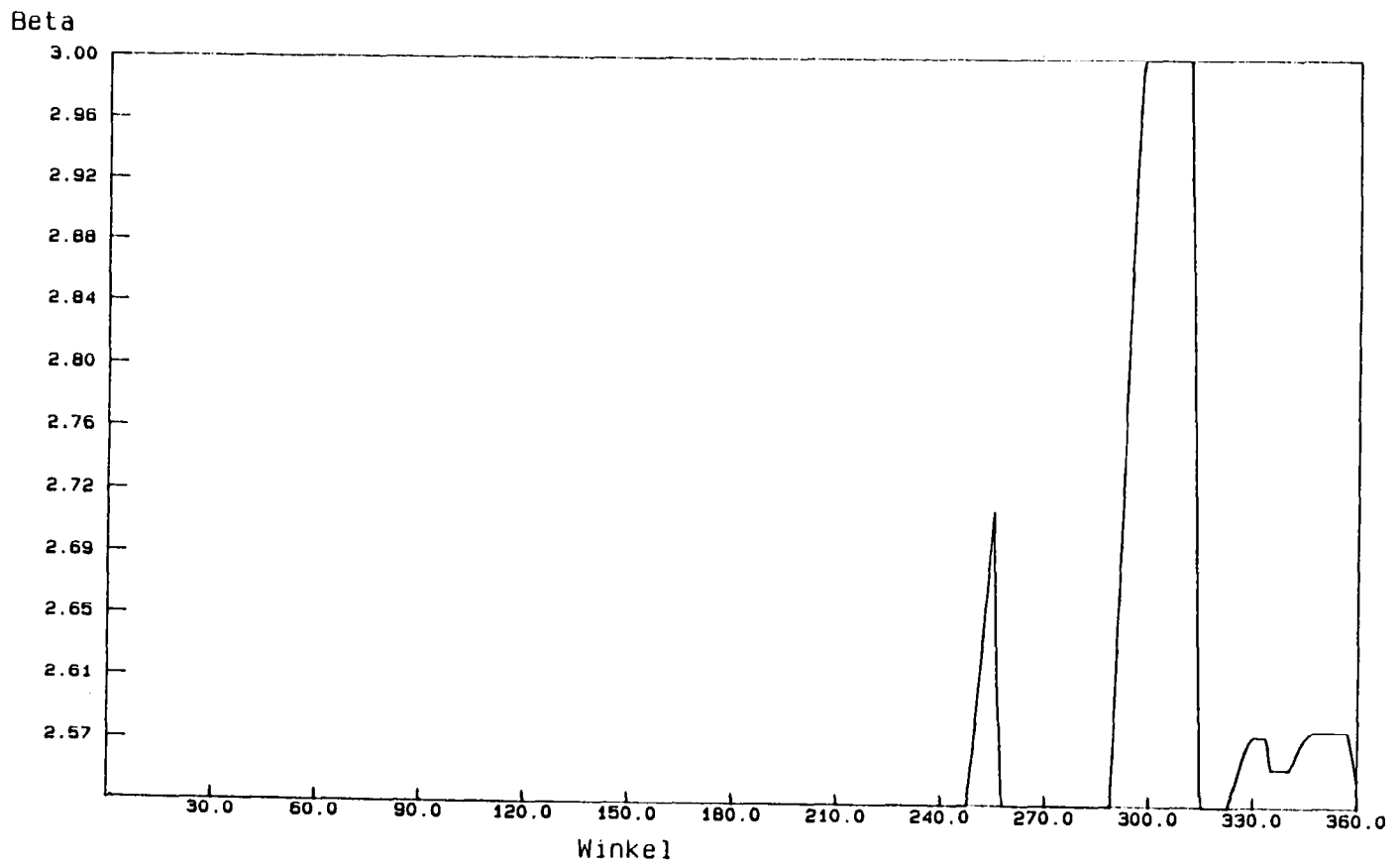


Bild 13

J=1.5 fr=0.06 sig=1.43

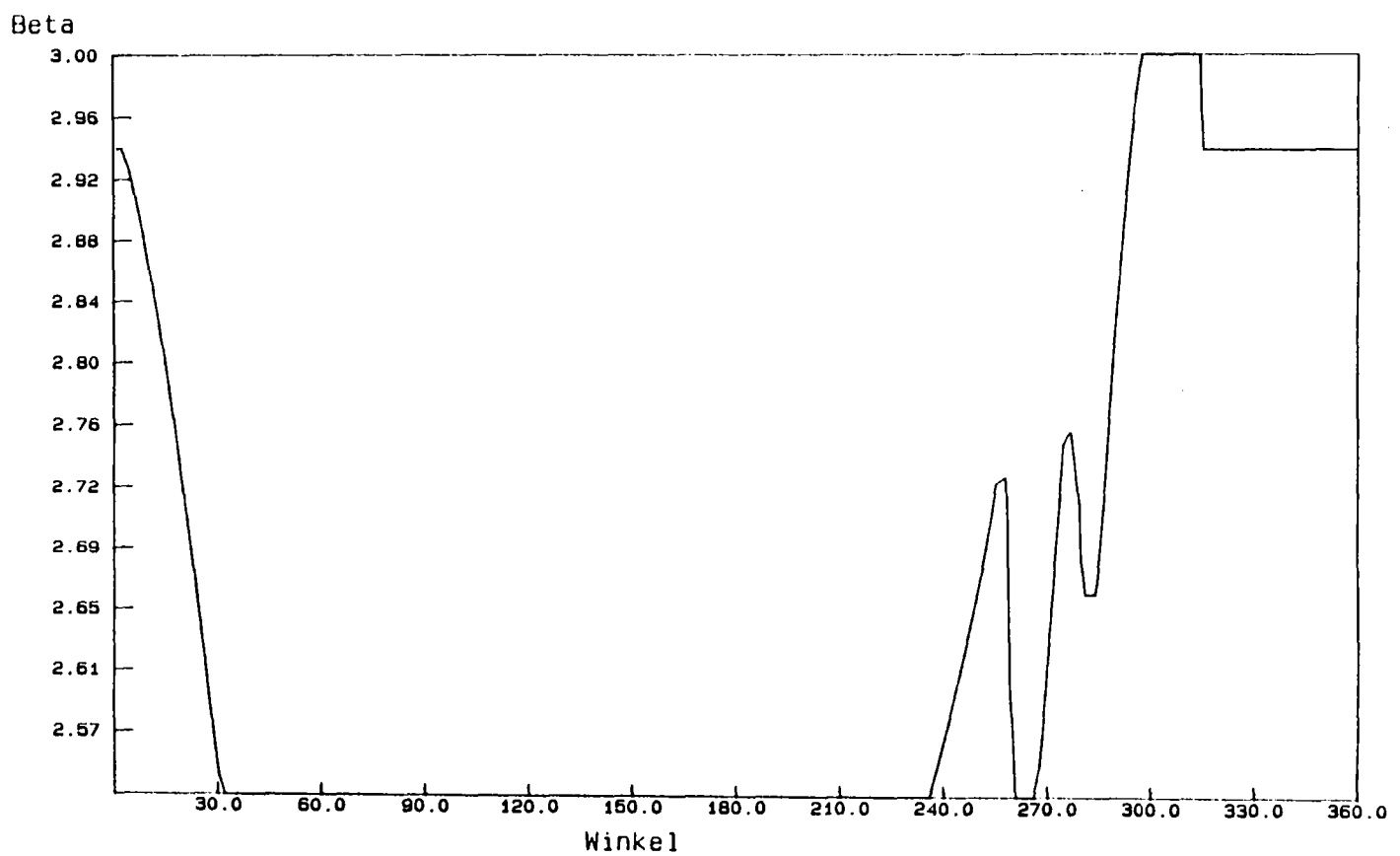


Bild 14



Kraft F1

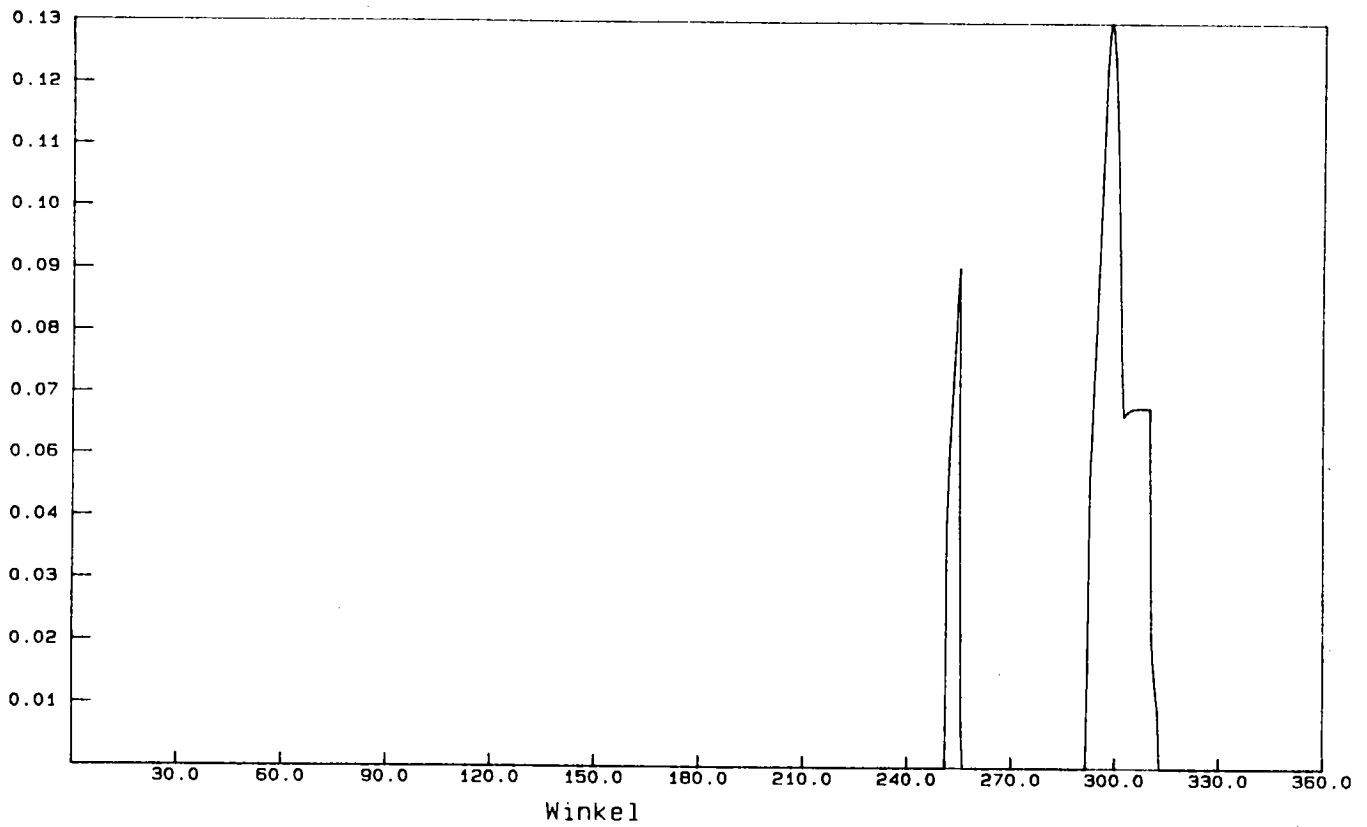


Bild 15

J=1.5 fr=0.06 sig=14.3

Kraft F1

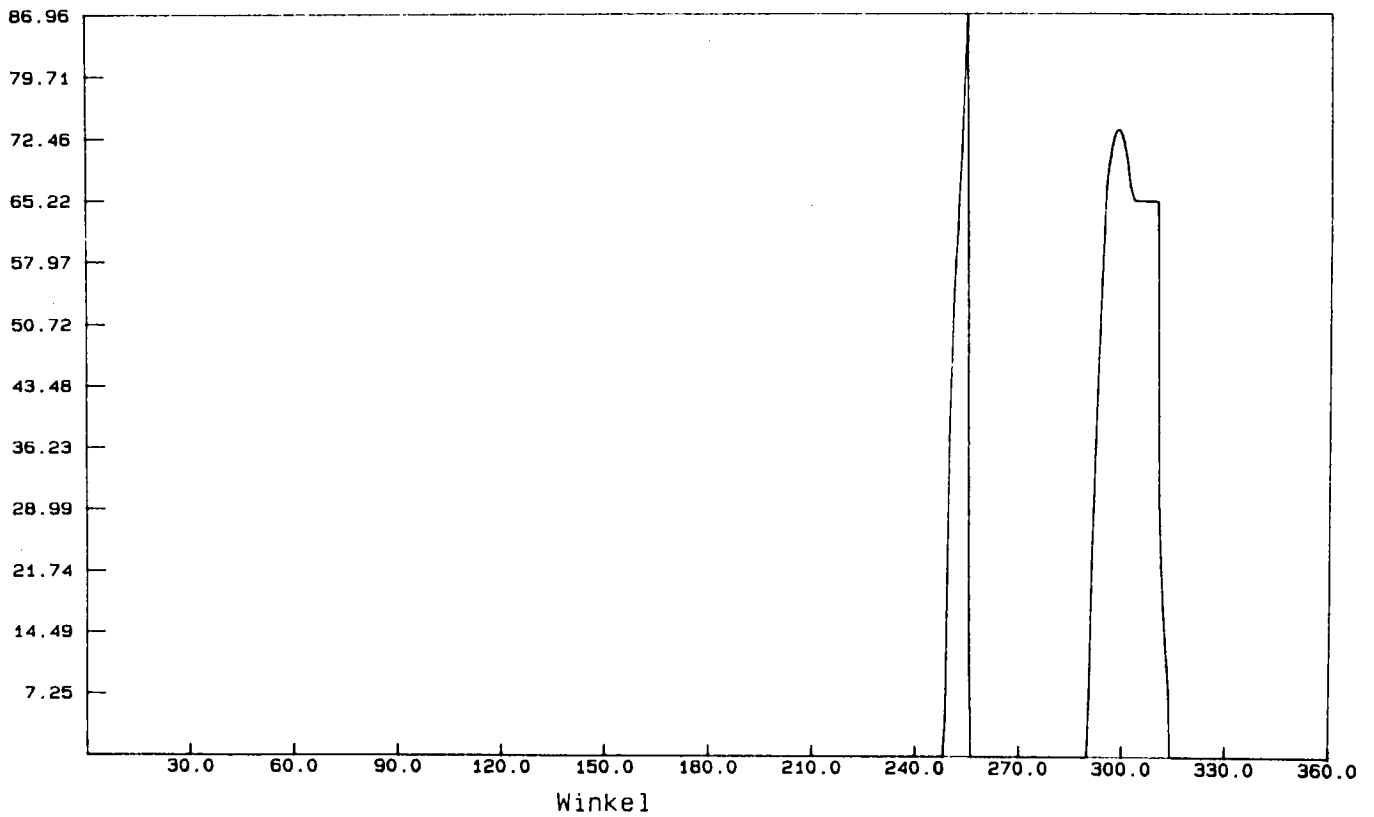


Bild 16

J=1.5 fr=0.06 sig=5.43

Kraft F1

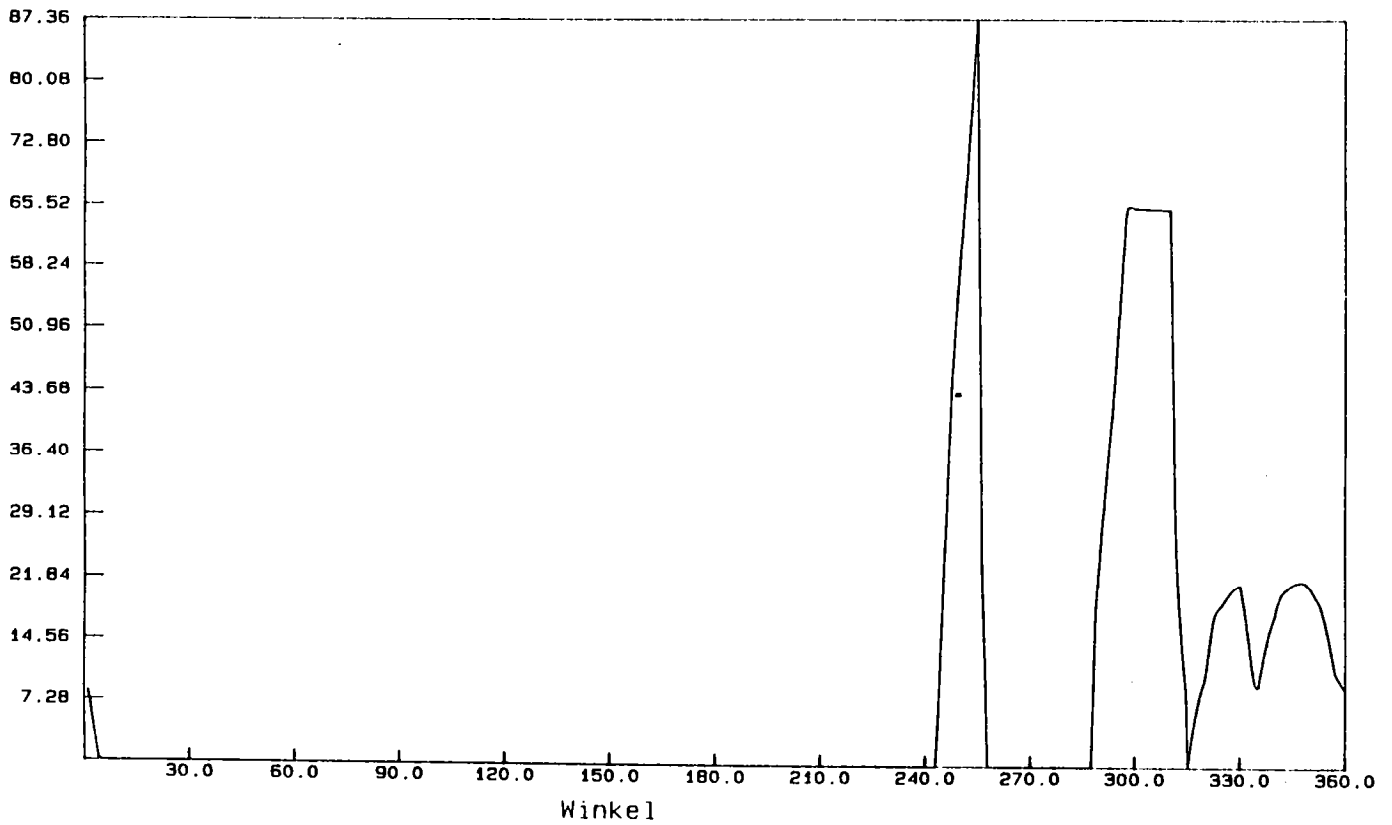


Bild 17

J=1.5 fr=0.06 sig=1.43

Kraft F1

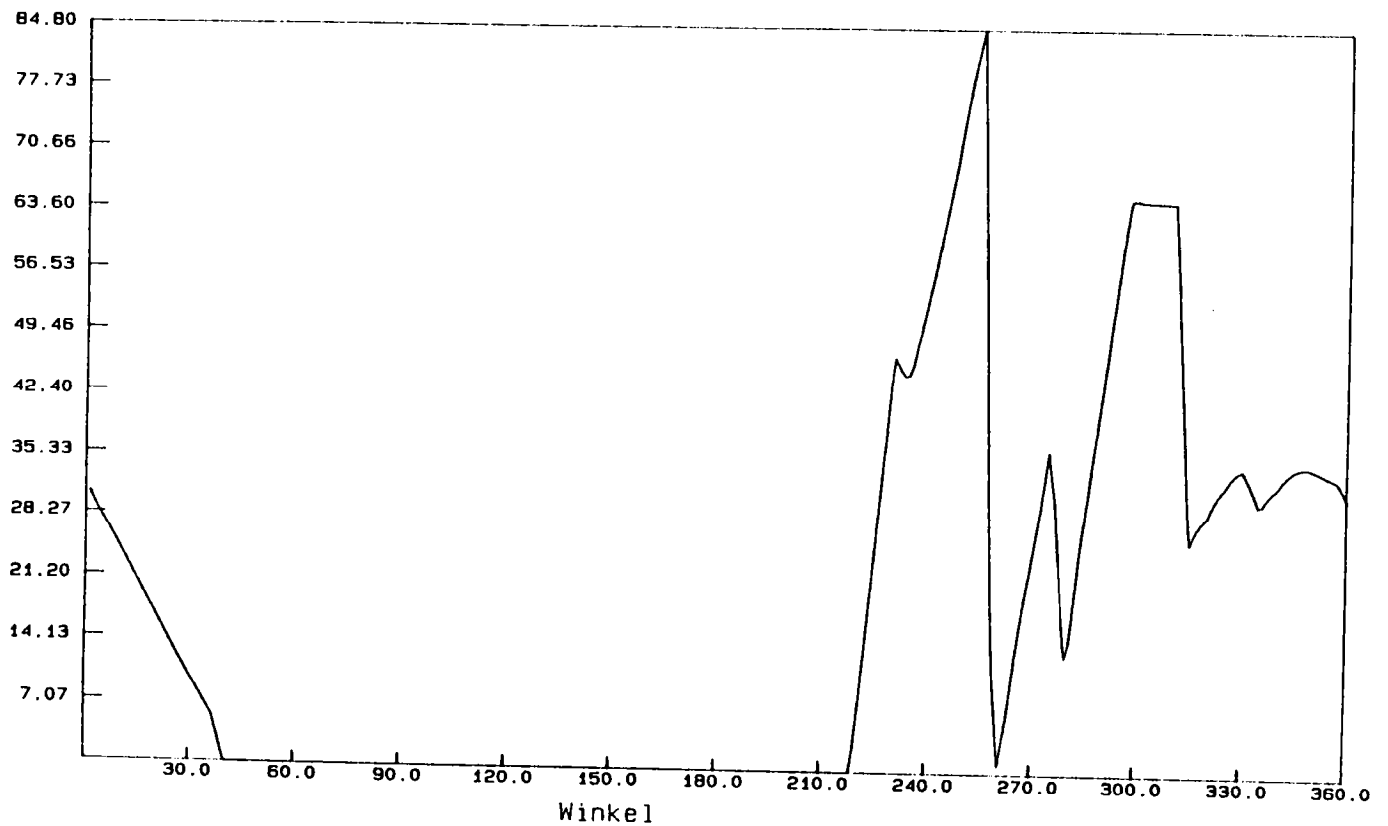


Bild 18

### 3.) Einfluß der Spannerkenndaten auf die Dynamik

Zur Untersuchung des Einflusses des Spanners auf das Verhalten des Fadens wurde die Federkonstante der Fadenanzugsfeder variiert. Es werden Rechnungen mit folgenden Werten durchgeführt.

- 1.)  $J = 0.25$      $\text{sig} = 5.43$      $\text{fr} = 0.06$
- 2.)  $J = 0.75$      $\text{sig} = 5.43$      $\text{fr} = 0.06$
- 3.)  $J = 1.5$       $\text{sig} = 5.43$      $\text{fr} = 0.06$
- 4.)  $J = 2.5$       $\text{sig} = 5.43$      $\text{fr} = 0.06$

Es wurden die gleichen Plots wie unter Punkt 2.) ausgegeben.

### Bewertung der Ergebnisse

- 1.) Fadenspannungen: die absoluten Spitzenspannungen hängen stark von  $J$  ab.

$J$	Spitzenspannung/N
0.25	0.54
0.75	0.03
1.5	0.87
2.0	0.92
2.5	0.84

Dies wirkt sich vorallem auf die Spannungspitze bei max Fadenbedarf aus. (Vgl. Bilder 23, 24, 25, 26)

Da die Auslenkung der Feder mit kleinen Federkonstante größer wird (vgl. Bilder 19,29,21,22) verändert sich der Umschlingungswinkel zu kleinerer Weite hin. Da die Reibungskraft exponentiell vom Winkel abhängt erklärt dies die großen Unterschiede.

- 2.) Fadenlängen: Wie zu erwarten, haben die doch recht kleinen Geometrieänderungen nur geringen Einfluß auf die Fadenlängen (vgl. Bilder 27,28).

J=2.5 sig=5.43

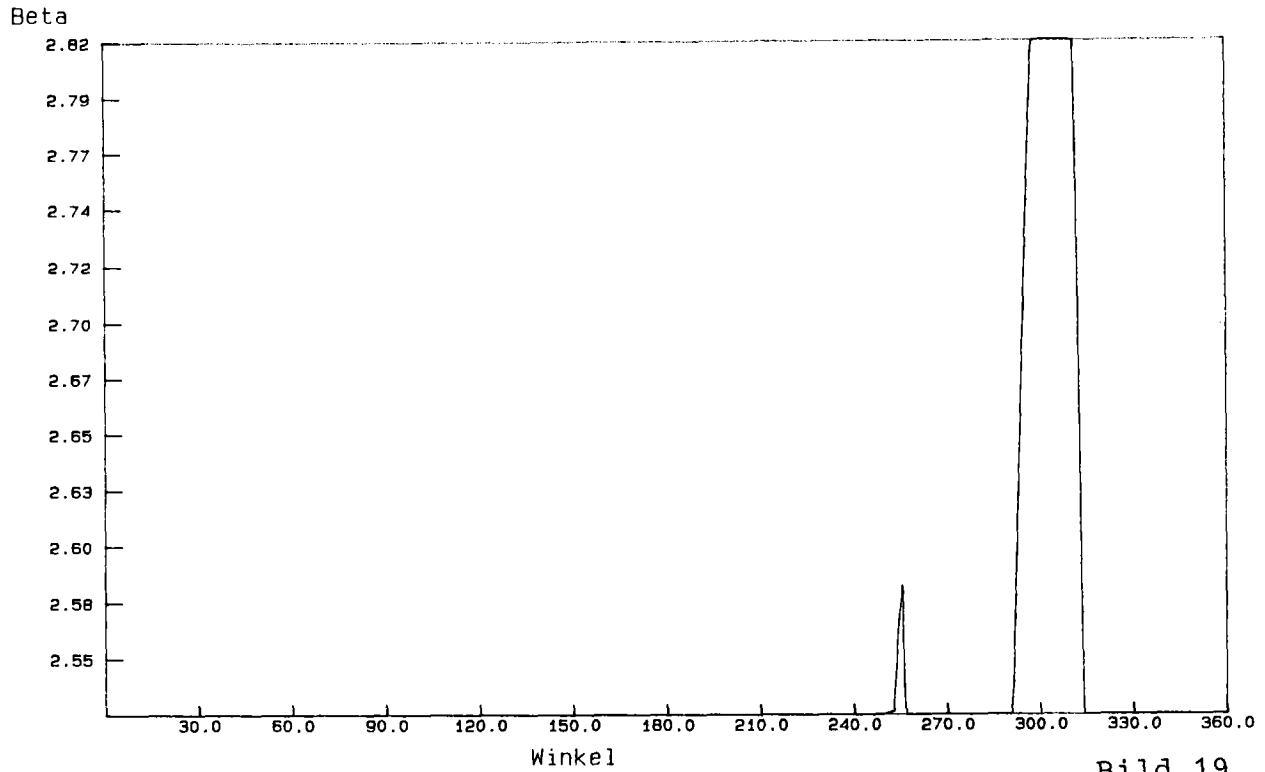


Bild 19

Ver.20 Test.5

J=1.5 fr=0.06 sig=5.43

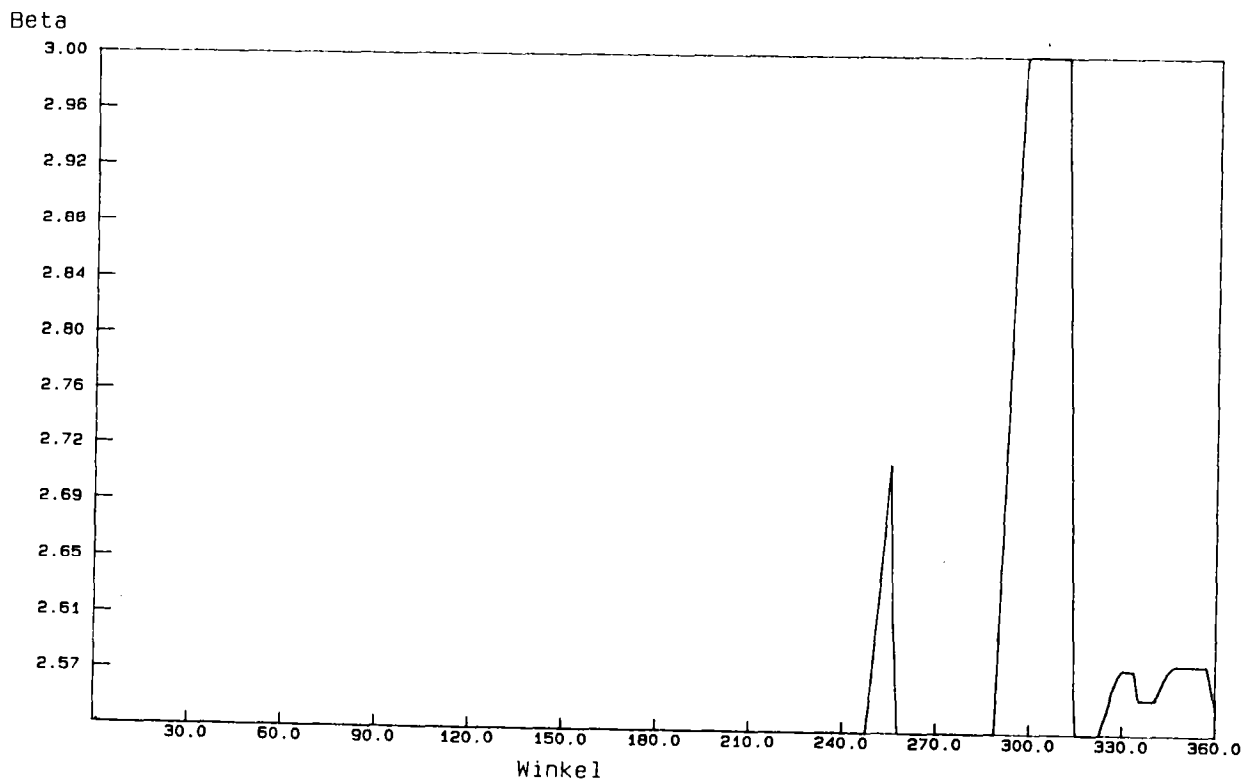


Bild 20

J=0.75 sig=5.43

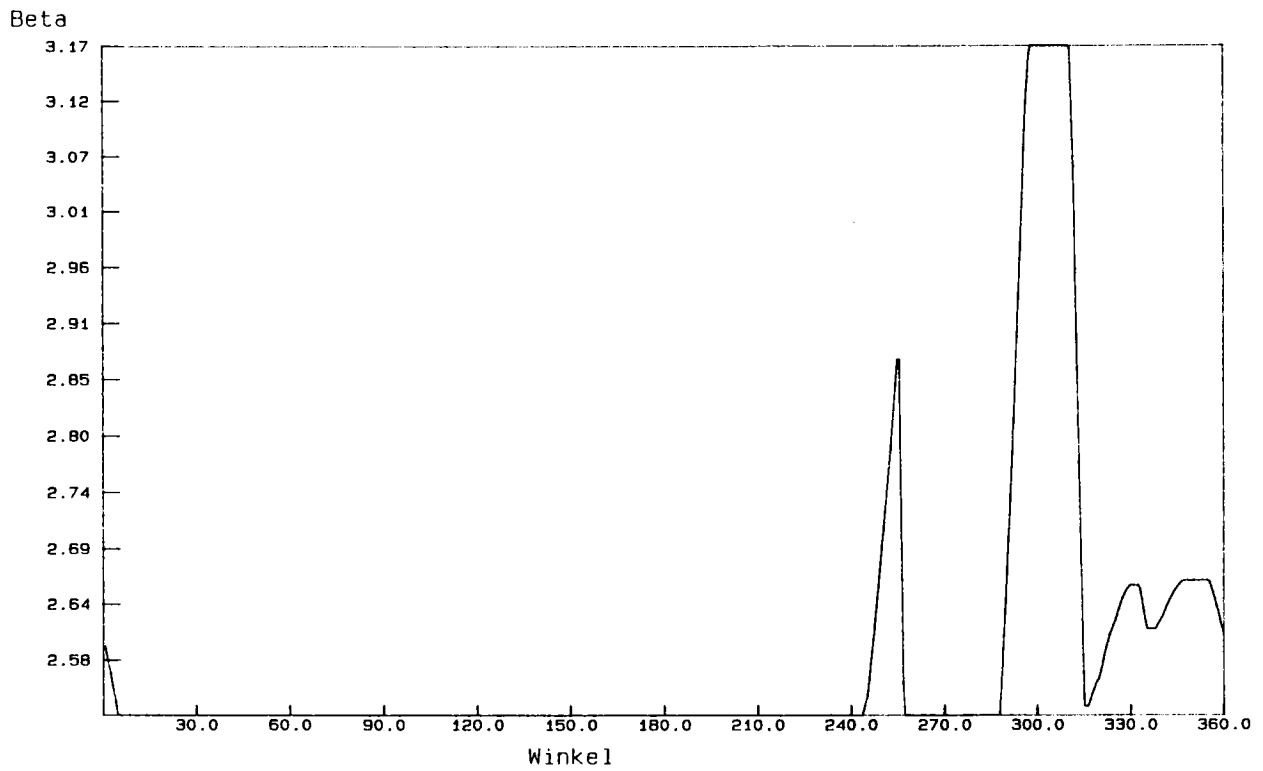


Bild 21

J=0.25 sig=5.43

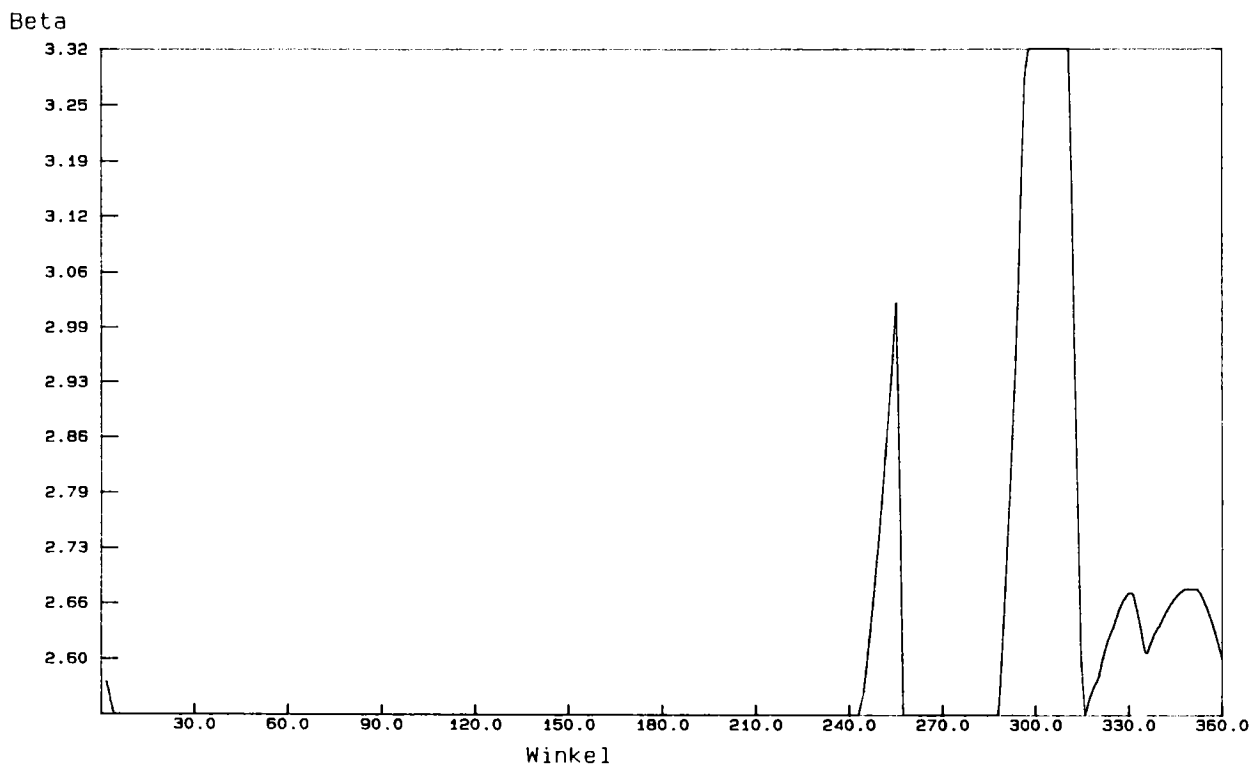


Bild 22

J=0.75 sig=5.43

Kraft F1

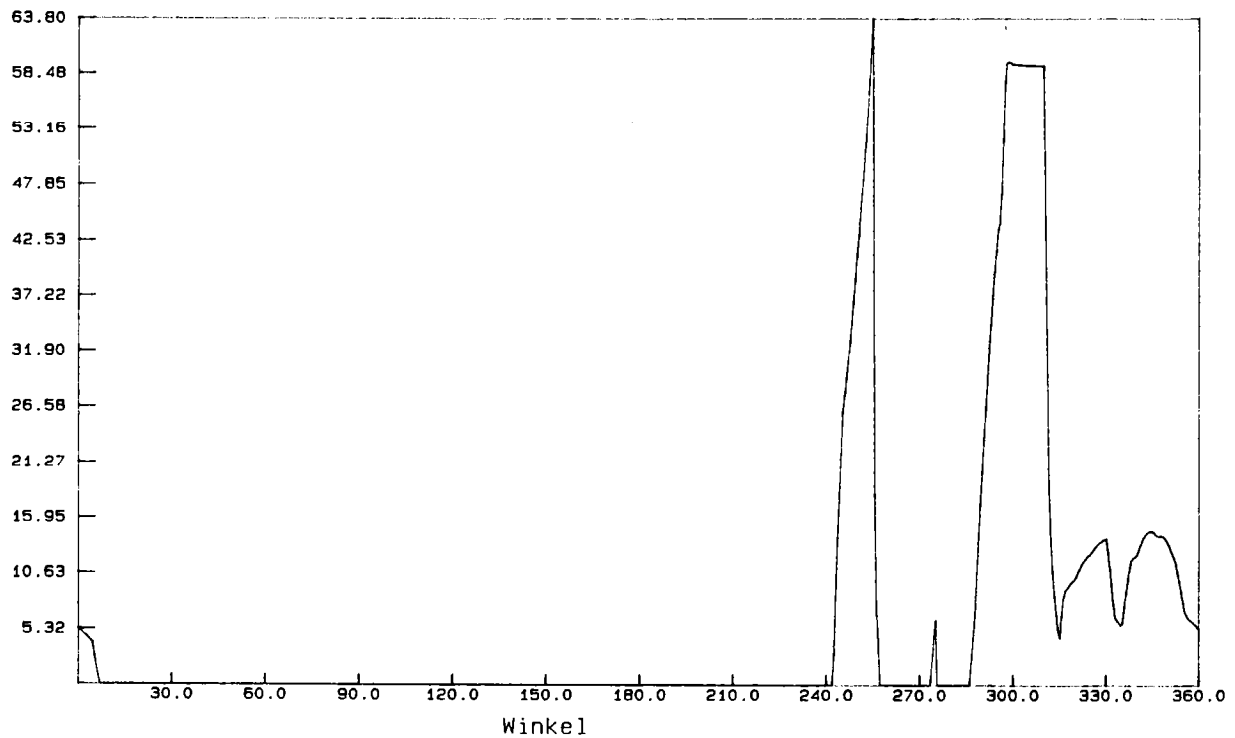


Bild 23

J=0.25 sig=5.43

Kraft F1

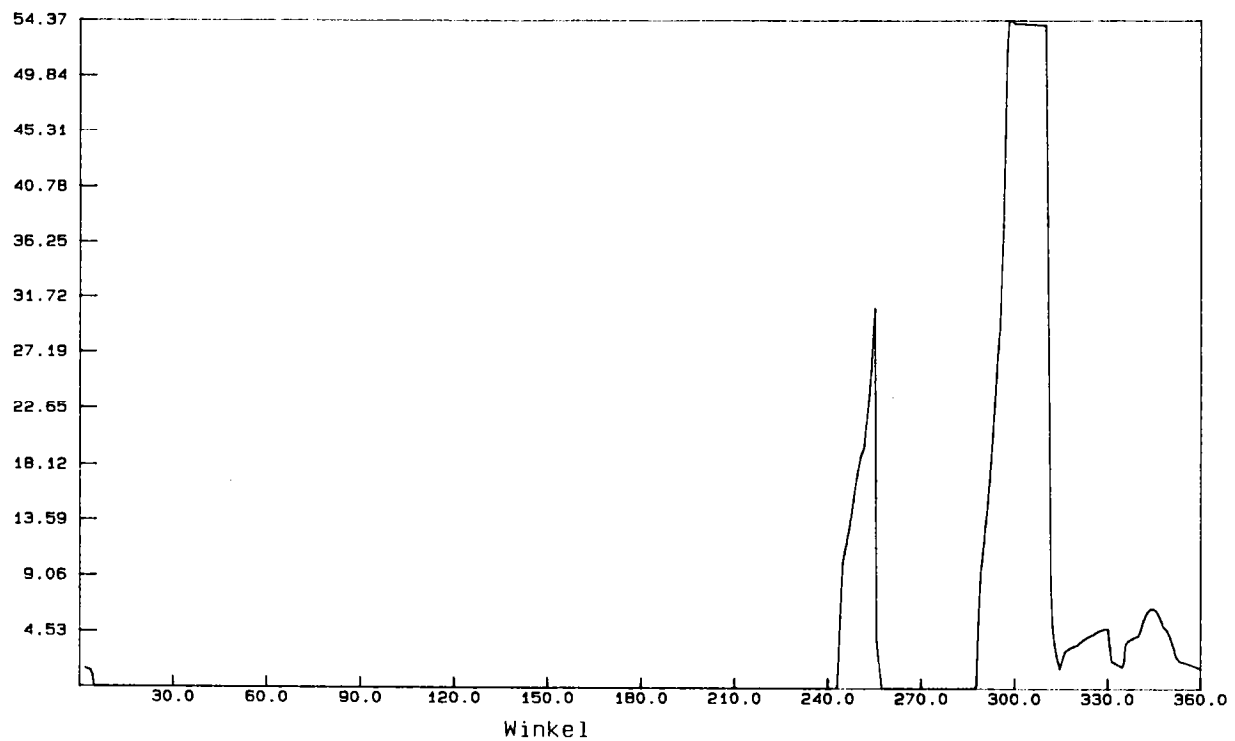


Bild 24

J=2.5 sig=5.43

Kraft F1

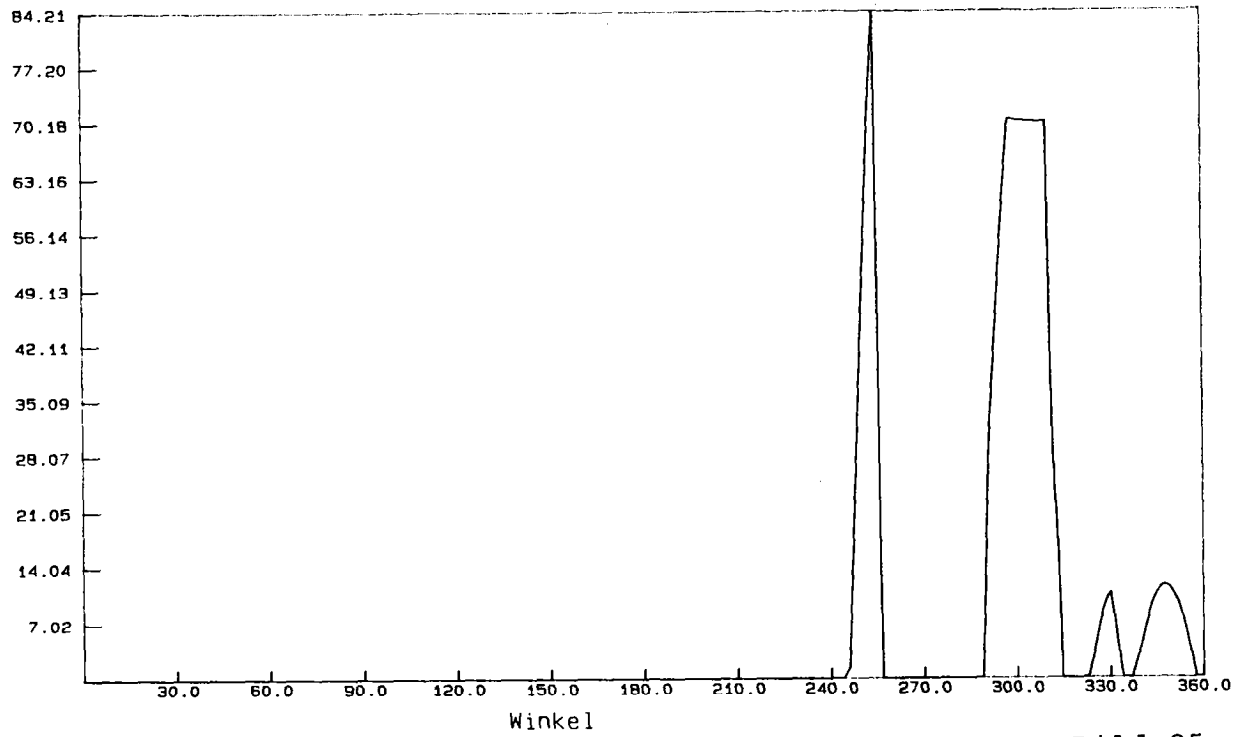


Bild 25

Ver.20 Test.5

J=1.5 fr=0.06 sig=5.43

Kraft F1

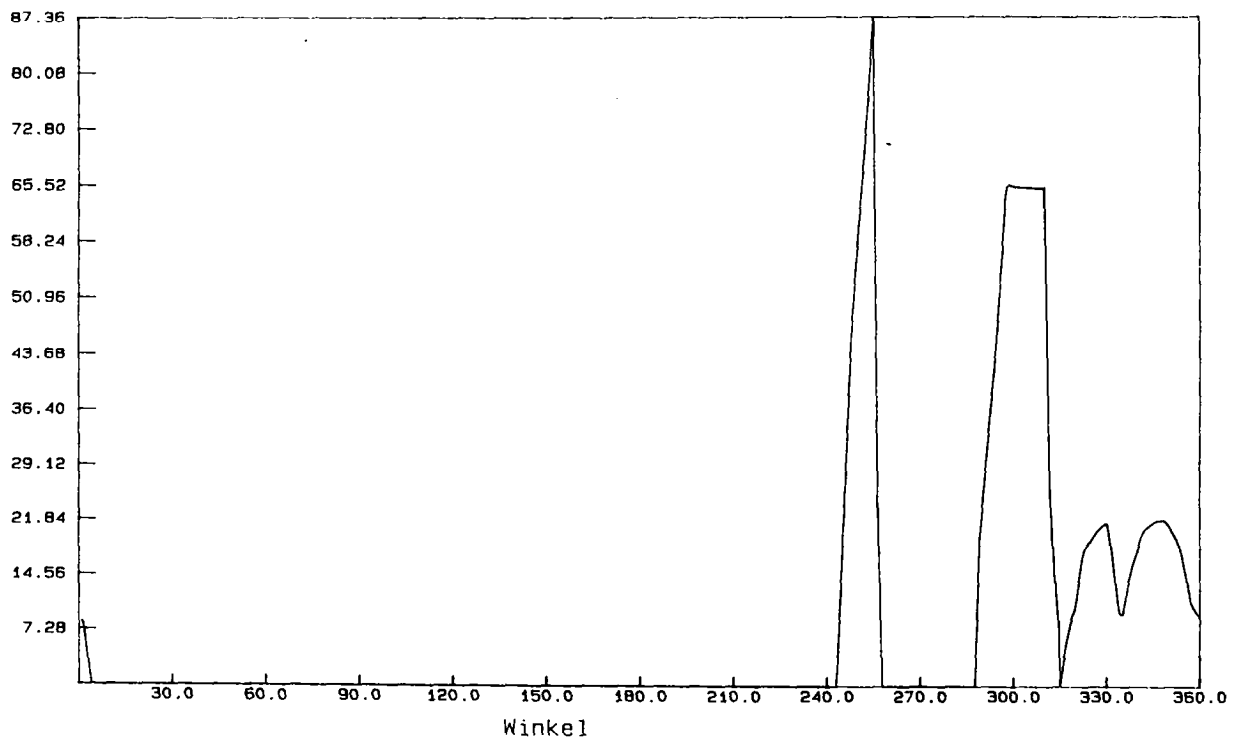


Bild 26

J=2.5 sig=5.43

Fadenlaengen

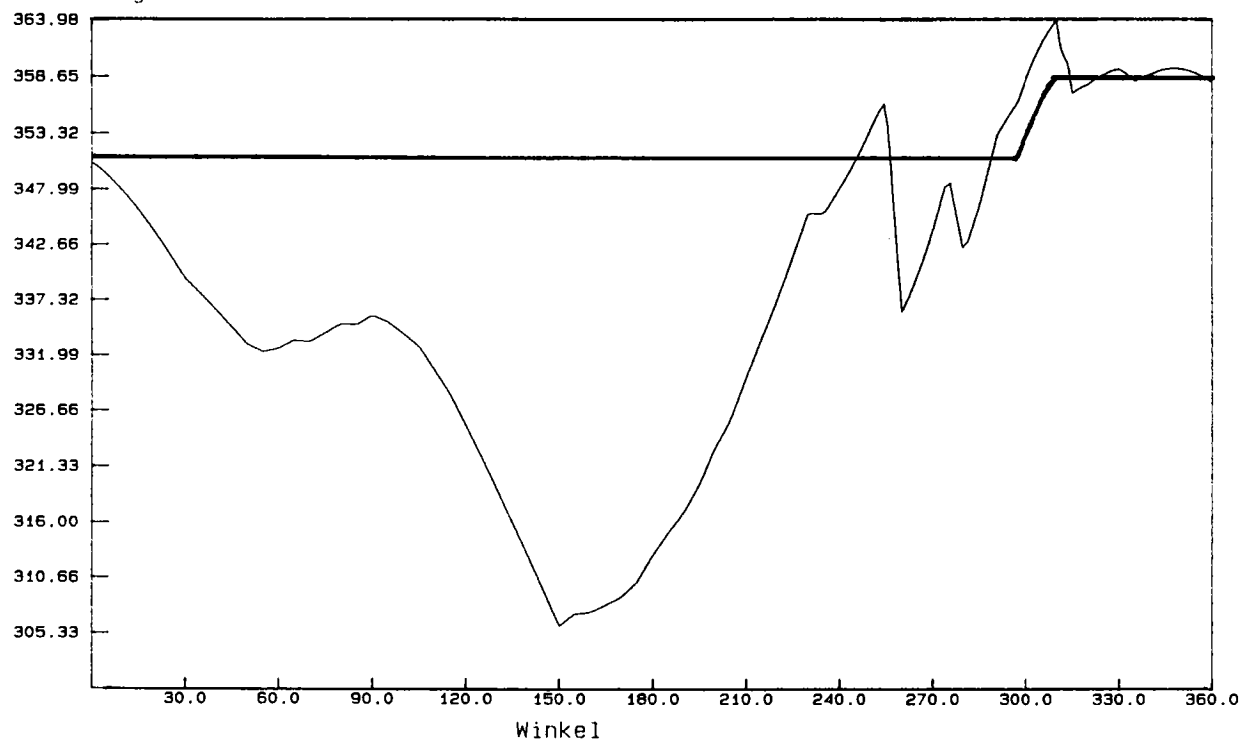


Bild 27

J=0.25 sig=5.43

Fadenlaengen

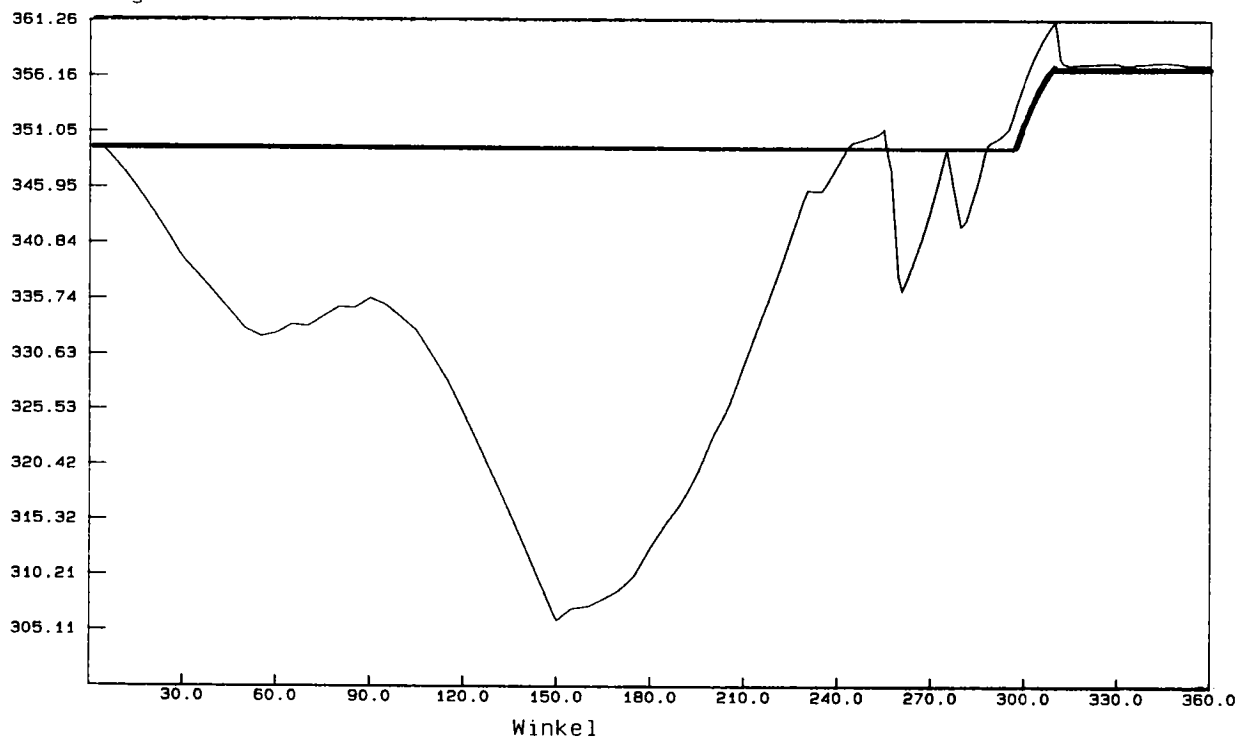


Bild 28



### Schlußbemerkungen

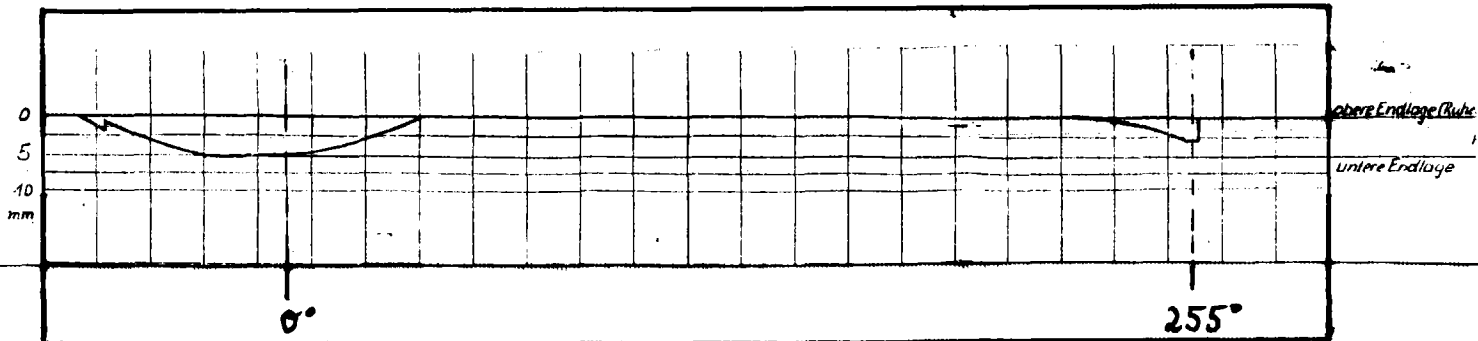


Bild 29 : Gemessener Verlauf der Auslenkung  $\beta$  .

Wie aus Bild 29 und den Ergebnissen VI ersichtlich, stellt dieses Modell noch eine recht grobe Näherung an die Wirklichkeit dar. Abweichungen sind nicht nur durch Modellfehler sondern auch durch unbekannte Einstellparameter des Spanners und der Klemme bei den Messungen sowie durch die schwer festzulegenden Reibbeiwerte bedingt.

Da diese Reibbeiwerte von verschiedenen Größen wie Fadengeschwindigkeit und Radius der Umlenkung abhängen, kann der aus der Elementbeschreibung ersichtliche Reibbeiwert nur eine grobe Näherung sein.

In weiteren Tests sollten diese Parameter variiert werden und schließlich sollte der Reibbeiwert zeitabhängig werden. Der Programmcode ist auf diese Änderungen vorbereitet.

Inwieweit der Fadenmasse für das Nähverhalten eine große Rolle spielt wird noch diskutiert und sollte in einem ergänzenden Modell berücksichtigt werden. Aus mathematischer Sicht war die Erstellung dieses Modelles eine reizvolle Aufgabe die zu einem etwas ungewöhnlichen aber interessanten abstrakten dynamischen System geführt hat. Was die numerische Lösung der auftretenden Probleme betrifft, ist das Optimum noch nicht erreicht. Vor allem bei der Bestimmung der Gleichgewichtslage sollten noch andere Möglichkeiten getestet werden.